



2º de Bachillerato  
**Dibujo Técnico II**  
**Contenidos**

**Curvas y transformaciones proyectivas:  
 Curvas cónicas (I)**



Anfiteatro y arena  
 Imágenes de Wikipedia. Lic. C.C.

**Introducción**



En nuestro entorno podemos encontrar curvas cónicas de manera habitual. El ser humano copia de la naturaleza las formas que aquella crea por necesidad, observándolas extrae consecuencia de las mismas, que luego aplica en sus creaciones artísticas y técnicas. Así pues, las curvas cónicas desarrollan un importante papel en nuestra vida. Desde sus aplicaciones físicas (leyes de Kepler), científicas (antena parabólica, faros de los coches) como arquitectónica (diseños de estadios deportivos). Desde la antigüedad la humanidad ha recurrido al empleo de las cónicas para resolver diversos retos tecnológicos. Los arquitectos romanos aplicaron a sus monumentos un diseño elíptico para mejorar la visibilidad y la acústica. En las imágenes de la cabecera de este tema (archivos de Wikimedia Commons, un depósito de contenido libre hospedado por la Fundación Wikimedia) te mostramos varias vistas del anfiteatro de Pompeya:

- Fotografía izquierda: [anfiteatro y palestra](#).
- Fotografía derecha: [arena](#).

*Curiosidad*

**Menecmo:** matemático griego (375 -325 a.C) discípulo de Eudoxo y maestro de Arisóteles y Alejandro Magno. Se le atribuye el descubrimiento de las curvas cónicas cuando estudiaba al duplicación del cubo.

**LEYES DE KEPLER.**

El astrónomo alemán J. Kepler, a finales del siglo XVI, estableció su primera ley sobre el movimiento de los planetas, en ella explicaba cómo estos describen elipses en uno de cuyos focos está situado el Sol. En el siguiente vídeo puedes ver una explicación de dichas leyes.



kepler  
 Vídeo de pepenjuto alojado en Youtube

*Importante*

Para visualizar los vídeos explicativos de los distintos conceptos que verás en este tema y en los siguientes del temario, te sugerimos que uses el "play" y el "pause" del visualizador de vídeos así como la velocidad del mismo (podrás ponerlo a una velocidad más lenta para una comprensión más detallada del mismo). También puedes verlo -a través de la página de Youtube- a pantalla completa (pinchando en el enlace que viene debajo, en la descripción de cada uno) por si necesitas fijarte en ciertos detalles o trazados. Mira este vídeo donde se explica cómo acelerar un vídeo o ralentizarlo accediendo a la configuración del mismo:



Dominar las opciones del visualizador de videos  
Video del Departamento de DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

Al final de muchos apartados también encontrarás ciertos **ejercicios resueltos** paso a paso mediante el **PDF por capas** que se muestra en la retroalimentación del ejercicio, por lo que se recomienda usar un visor o **lector PDF** que las lea correctamente, ya que no todos lo hacen. Por ejemplo, con **Adobe Reader**. Desde su **sitio web** se puede descargar e instalar.

## 1. Generalidades



TheSymbolofBrasiliaByXavierDonat  
Imagen de xdonat en [Wikipedia](#). Lic. C.C.

En este apartado vamos a estudiar las propiedades y elementos de las curvas cónicas: elipse, hipérbola y parábola. Conoceremos de manera específica sus características y aprenderemos a determinar sus parámetros y puntos notables, lo que nos permitirá, más adelante, su construcción y trazado. En la fotografía superior (fotografía de Xavier Donat, archivo de [Wikimedia Commons](#), un depósito de contenido libre hospedado por la Fundación Wikimedia) te mostramos una perspectiva de la Catedral de Brasilia, su estructura está basada en la aplicación de la hipérbola.

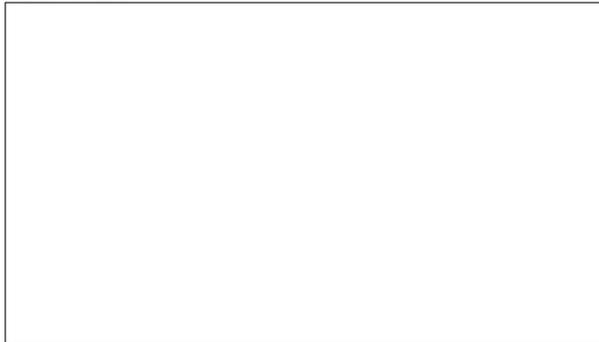
### 1.1. Propiedades



#### Cono Recto de Revolución.

Es la superficie cónica producida por una recta que se corta en un punto fijo consigo misma, o lo que es igual, que pasa por un punto invariable contenido en la recta fija o eje. Si el ángulo formado por la generatriz y eje permanece constante, la superficie cónica se denomina de REVOLUCIÓN.

En la siguiente animación puedes ver cómo se genera un cono recto de revolución.



DT2 U2 T1 Apdo. 1.1: cono recto de revolución  
Video del Departamento DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

#### PROPIEDADES.

Todas las curvas cónicas son lugares geométricos de puntos cuyas distancias a otros puntos o rectas cumplen una condición o propiedad.

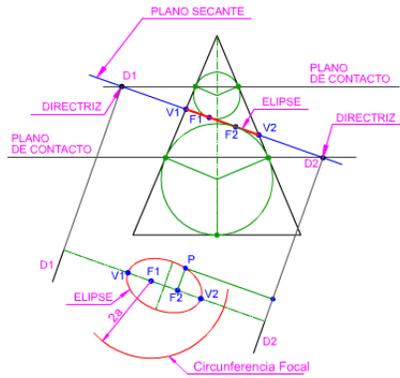
- Elipse: la suma de distancia de cada uno de sus puntos a otros dos fijos, llamados focos, es constante e igual a su eje mayor.
- Hipérbola: la diferencia de distancia de cada uno de sus puntos a otros dos fijos, llamados focos, es constante e igual a su eje mayor.
- Parábola: cada uno de sus puntos equidista de una recta fija (directriz) y de un punto fijo llamado foco.

En la animación inferior puedes ver cómo se cumple la propiedad en la elipse.



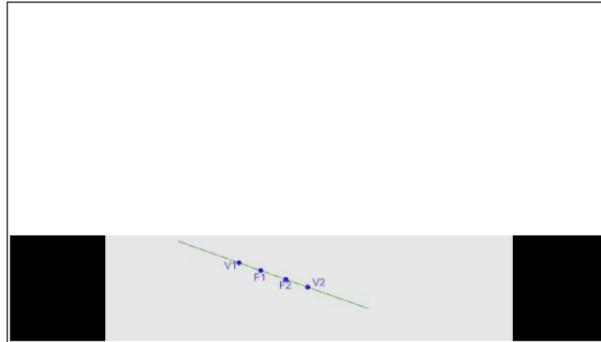
### ELEMENTOS DE UNA CÓNICA.

Todas las curvas cónicas no tienen los mismos elementos; pero los esenciales, aunque no coincidan en número e importancia, sí son comunes: foco, eje de simetría, directriz y excentricidad.



- **Eje de simetría:** recta o rectas imaginarias en relación a las cuales una figura es simétrica (V1, V2 y A, B)
- **Focos:** puntos fijos (F1, F2) situados en el eje de simetría, siendo la distancia entre ellos  $2c$ .
- **Radio vector:** el segmento que une cualquier punto de la curva con su foco correspondiente (PF2)
- **Directrices:** son las rectas intersección del plano secante con el plano que contiene a la circunferencia de contacto entre el cono y la esfera que siendo tangente a al plano de intersección, se encuentra inscrita en la superficie cónica.
- **Circunferencia principal:** tiene su centro en el de la curva y su diámetro es igual al eje real.
- **Circunferencias focales:** Tienen por centro a los focos y de radio igual al eje real.
- **Excentricidad:** es la razón constante de distancia desde un punto P cualquiera al foco y a la directriz correspondiente.  
En la Elipse la excentricidad es siempre menor que la unidad ; en la parábola es igual a la unidad y en la hipérbola es mayor que la unidad

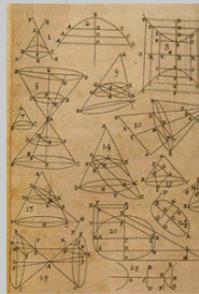
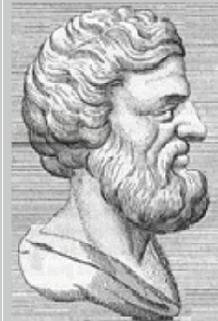
En la siguiente animación puedes ver cómo se generan los elementos de una curva cónica, en este ejemplo te mostramos los de la elipse.



DT2 U2 T1 Apdo. 1.1: elementos de la cónica  
Video del Departamento DIBUJO IEDA alojado en Youtube

### Para saber más

#### Apolonio de Perga.



Geómetra griego (262 - 190 a. C.) describió a las cónicas como secciones producidas en un cono por un plano de distinta inclinación.

En su obra sobre las secciones cónicas aparecen por primera vez la elipse, parábola e hipérbola. Gracias a sus estudios las curvas cónicas se pudieron analizar de forma uniforme y sistemática.

### CLASIFICACIÓN.

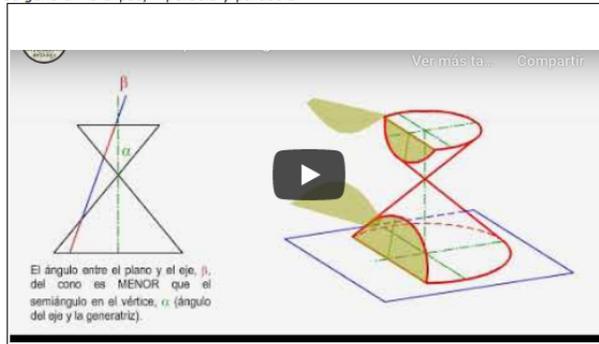
Como las curvas cónicas se generan por un plano secante a un cono recto y de revolución, la relación entre el ángulo que forme dicho plano con la superficie cónica, y el semiángulo en el vértice del cono (formado por una generatriz y el eje) determinará varias secciones, y por tanto, su clasificación:

- **Circunferencia:** el plano secante es perpendicular al eje del cono, se la considera un caso particular de la Elipse.

● **Elipse:** el plano secante forma con el eje del cono un ángulo menor que el semiángulo en el vértice.

- **Elipse:** el plano secante forma con el eje del cono un ángulo mayor que el semiángulo en el vértice.
- **Hipérbola:** el plano secante forma con el eje del cono un ángulo menor que el semiángulo en el vértice.
- **Parábola:** el plano secante forma con el eje del cono el mismo ángulo que el semiángulo en el vértice, es decir, es dicho plano es paralelo a una generatriz.

En la animación inferior puedes ver de manera detallada cómo se generan la elipse, hipérbola y parábola.



DT2 U2 T1 Apdo. 1.1: generación de la elipse, la hipérbola y la parábola  
Video del Departamento DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

### Comprueba lo aprendido

Selecciona la opción que tú creas más acertada.

Radio Vector es todo segmento que une un punto de la curva con los extremos del eje mayor de la misma.

Sugerencia

Verdadero  Falso

Las CIRCUNFERENCIAS PRINCIPAL y FOCAL tienen el mismo centro.

Sugerencia

Verdadero  Falso

En toda curva cónica la excentricidad es constante

Sugerencia

Verdadero  Falso

### Comprueba lo aprendido

Cuando el plano sección corta al eje del cono perpendicularmente el resultado es.....

- Una Elipse
- Parábola
- Hipérbola
- Circunferencia

## 1.2. Elipse



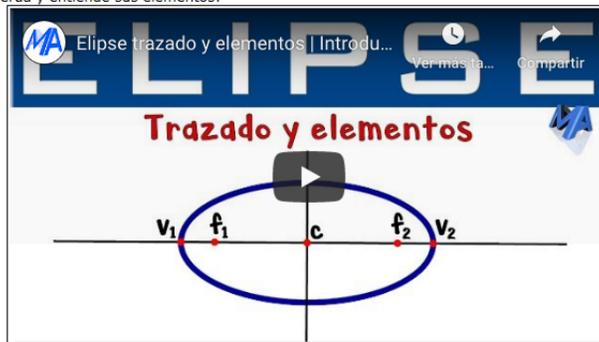
### Definición.

La elipse es una curva cerrada y plana, cuyos puntos tiene la propiedad de que la suma de distancia de cada uno de ellos a otros dos fijos, llamados focos, es constante e igual al eje mayor de la elipse.

Los ejes se cortan perpendicularmente en el centro de la elipse, esta es simétrica respecto a los dos ejes.

El eje mayor se denomina eje real y el menor eje imaginario.

Observa cómo se puede construir una elipse a partir de una cuerda y entendi sus elementos:



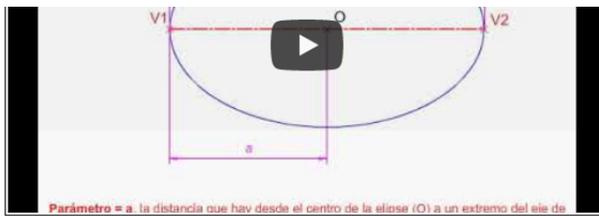
Elipse trazado y elementos | Introducción  
Video de Matemáticas profe Alex alojado en [Youtube](#)

### Elementos.

Como comentamos en el apartado anterior no todas las curvas cónicas tienen los mismos elementos, en el caso de la Elipse sus elementos son todos los que podemos encontrar en una curva cónica, aunque alguno de ellos no sean esenciales para su determinación y trazado.

En la animación inferior puedes ver los elementos y propiedades de la Elipse:



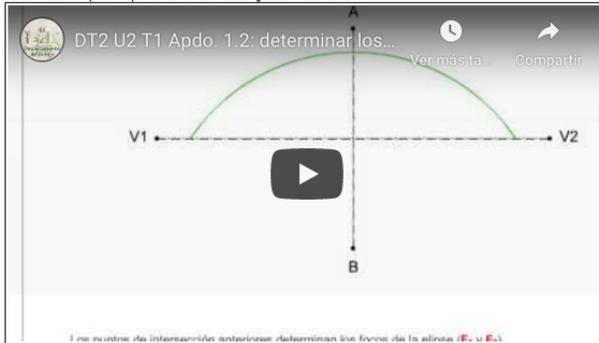


Parámetro = a. la distancia que hay desde el centro de la elipse (O) a un extremo del eje de

DT2 U2 T1 Apdo. 1.1: elementos y parámetros de la elipse  
Video del Departamento DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

**Determinar los focos de una elipse.**

Los focos de una Elipse se pueden determinar de distintas maneras, según los datos que nos den: dos ejes de simetría, el eje mayor y una recta tangente, etc. En la animación inferior te mostramos cómo determinar los focos de una elipse a partir de los dos ejes de simetría.

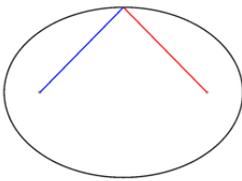


DT2 U2 T1 Apdo. 1.2: determinar los focos de la elipse  
Video del Departamento DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

*Para saber más*

**Distancia de un punto a un foco.**

Blue line length: (5.000)  
 Red line length: (5.000)  
 Total length: (10.00)

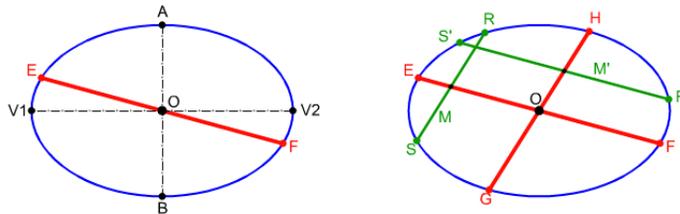


La distancia de un punto de una elipse a un foco de la dicha curva cónica viene determinada por el segmento vector que une ambos puntos.

En la imagen de la izquierda (archivo de [Wikimedia Commons](#), un depósito de contenido libre hospedado por la Fundación Wikimedia) puedes ver cómo los vectores representados en colores cambian de tamaño reflejándose su magnitud real y la proporción de ambos sectores respecto del eje de simetría mayor.

**Diámetros conjugados de la elipse.** Cualquier cuerda que pase por el centro de una elipse es un diámetro. Pero para que dos diámetros sean conjugados deben de estar dispuestos de tal manera que cualquier cuerda paralela a uno de ellos queda dividida en dos partes iguales por el otro.

En la imagen inferior puedes ver cómo el diámetro EF divide por la mitad en MA la cuerda RS paralela al diámetro GH y el diámetro hg divide por la mitad en M'A la cuerda R'S' paralela al diámetro EF, por tanto, ambos diámetros son conjugados.



**Comprobar radios vectores.**

Recordemos que un radio vector es el segmento que une cualquier punto de la curva con su foco correspondiente.

En la siguiente animación puedes comprobar los radios vectores de dos puntos X e Y de una Elipse.



- Una elipse es una figura geométrica cerrada
- Sus ejes se cortan perpendicularmente en el centro de la elipse O, y ésta es simétrica

DT2 U2 T1 Apdo 1.2: radios vectores de la elipse  
 Video del Departamento DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

Determinar los ejes de una elipse dada.



Geom plana, curvas cónicas, determinación de los ejes de una elipse dada su curva elíptica  
 Video de Juan Escobar alojado en [Youtube](#)

### Comprueba lo aprendido

Selecciona la opción que tú creas más acertada.

La suma de los radios vectores de un punto A de la curva es igual a la magnitud del eje de simetría menor (2b).

**Sugerencia**

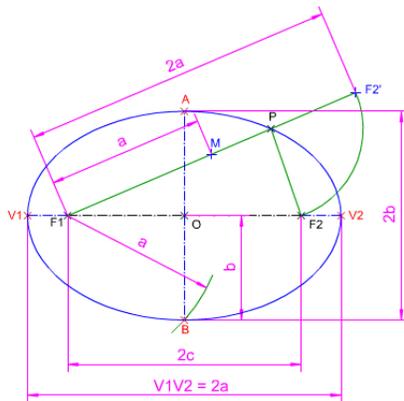
Verdadero  Falso

El radio de la Circunferencia Focal es igual a la magnitud del eje de simetría menor (2b).

**Sugerencia**

Verdadero  Falso

### Ejercicio resuelto



En la figura de la izquierda puedes ver cómo se han determinado los parámetros de una Elipse, dados su centro, los dos focos y un punto de la curva.

Para resolverlo debes de aplicar los conceptos y procedimientos explicados en este apartado.

Material necesario:

- Lápiz blando y duro.
- Compás.
- Plantilla de dibujo (escuadra y cartabón).
- Hojas para realizar trazados de prueba.

Para realizar este ejercicio debes descargar este [documento pdf](#).

**Mostrar retroalimentación**

## 1.3. Hipérbola



### Definición.

La Hipérbola es una curva abierta, plana y con dos ramas, cuyos puntos tiene una distancia constante a los focos igual a la diferencia a de las distancias de un punto cualquiera de la hipérbola respecto a ellos. Tiene los mismos elementos que la Elipse: dos ejes de simetría perpendicularmente entre sí; el Eje mayor (2a) determinado por los vértices de la hipérbola, el eje menor (imaginario) es perpendicular al mayor en su punto medio (es su mediatriz) que es el centro de la curva.



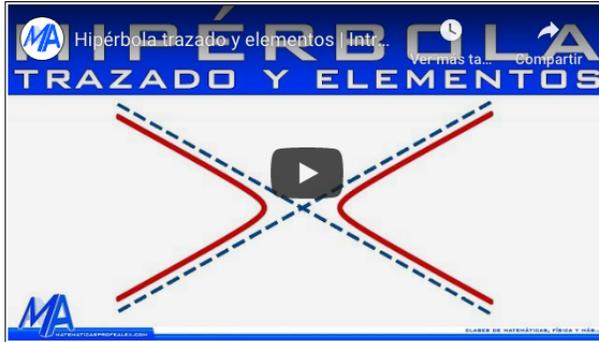
# CÓNICAS

## Hipérbola. Definición y elementos



Curvas cónicas. La hipérbola: Definición y elementos principales  
 Video de AG Dibujo y Mates alojado en [Youtube](#)

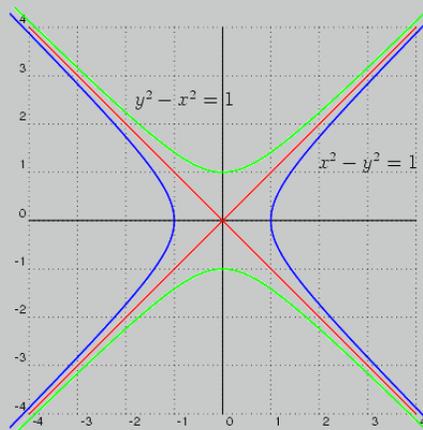
**Elementos.**  
 Como en el caso de la Elipse, los elementos de la Hipérbola son todos los que podemos encontrar en una curva cónica, aunque uno de ellos (el eje menor) no desempeñe el mismo papel que en la Elipse.  
 En la animación inferior puedes ver los elementos y propiedades de la Hipérbola:



Hipérbola trazado y elementos | Introducción  
 Video de Matemáticas profe Alex alojado en [Youtube](#)

### Para saber más

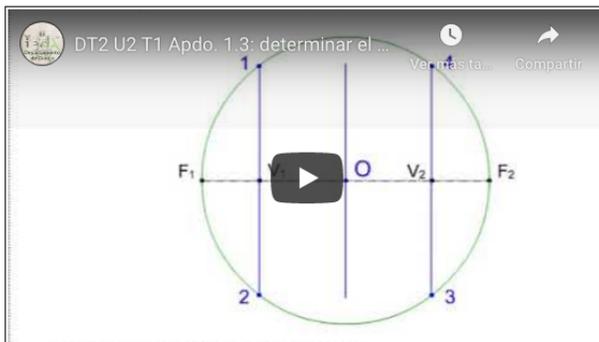
#### Hipérbola equilátera.



Las hipérbolas equiláteras se emplean en la ecuación de los gases nobles. Para que una hipérbola sea equilátera sus asíntotas deben ser perpendiculares entre sí, por tanto, cada una de ellas formará un ángulo de 45° con el eje mayor de simetría de dicha curva cónica. En la imagen izquierda (archivo de [Wikimedia Commons](#), un depósito de contenido libre hospedado por la Fundación Wikimedia) te mostramos la representación de una Hipérbola equilátera.

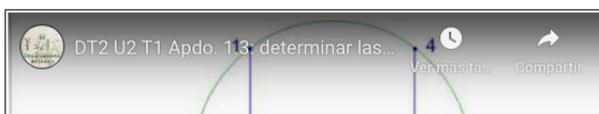
**Determinar elementos:** para poder determinar los parámetros de una Hipérbola necesitaremos como mínimo dos datos. En las siguientes animaciones te mostramos cómo determinar distintos elementos a partir de los parámetros 2a y 2c.

- El eje de simetría menor.



DT2 U2 T1 Apdo. 1.3: determinar el eje de simetría menor de una hipérbola  
 Video del Departamento DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

- Las asíntotas.



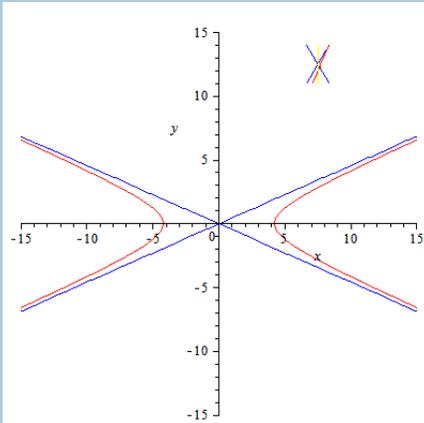


Unimos mediante rectas los puntos anteriores de manera que pasen por el centro de la hipérbola ya tenemos trazada las asíntotas.

DT2 U2 T1 Apdo. 1.3: determinar las asíntotas de una hipérbola  
Video del Departamento DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

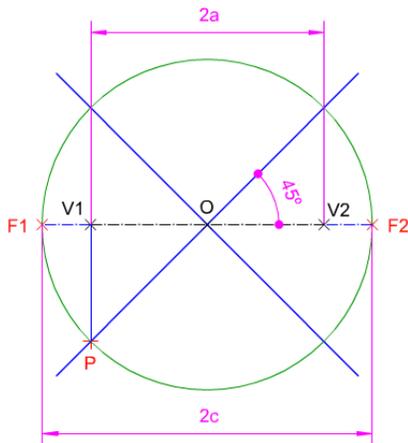
## Curiosidad

Ángulo del plano sección e hipérbola.



En la imagen de la izquierda (archivo de [Wikimedia Commons](#), un depósito de contenido libre hospedado por la Fundación Wikimedia) te mostramos cómo cambia el ángulo de las ramas de una Hipérbola según sea el ángulo que forme el plano sección con el eje del cono recto de revolución.

## Ejercicio resuelto



En la figura de la izquierda puedes ver cómo se ha determinado el parámetro  $2c$  de una Hipérbola equilátera, dado su eje de simetría mayor ( $2a$ ).

Para resolverlo debes de aplicar los conceptos y procedimientos explicados en este apartado.  
Material necesario:

- Lápiz blando y duro.
- Compás.
- Plantilla de dibujo (escuadra y cartabón).
- Hojas para realizar trazados de prueba.

Para realizar este ejercicio debes descargar este [documento pdf](#).

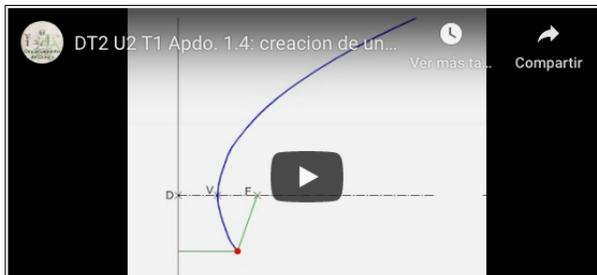
**Mostrar retroalimentación**

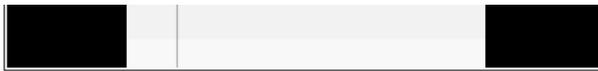
## 1.4. Parábola

### Definición.

La parábola es una curva abierta y plana de una sola rama, de manera que cualquiera de sus puntos equidista de una recta, llamada Directriz, y de un punto, llamado Foco (F).

En la animación inferior puedes ver cómo el punto de la parábola siempre tiene la misma longitud respecto del foco y de la directriz:



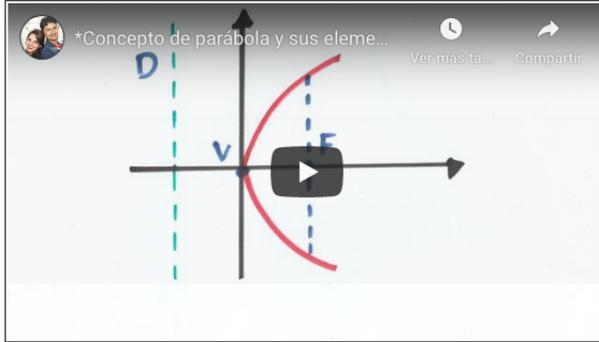


DT2 U2 T1 Apdo. 1.4: creación de una parábola  
Video del Departamento DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

### Elementos.

Todos los elementos de las curvas cónicas que hemos estudiado hasta ahora no se dan en la Parábola. Al tener un solo eje de simetría posee solamente un Foco, y lógicamente no tiene circunferencia principal ni focal, esta carencia la sustituye la directriz, elemento esencial de este tipo de curva cónica.

En el video inferior puedes ver los elementos y propiedades de la Parábola:



Concepto de parábola y sus elementos  
Video de math2me alojado en [Youtube](#)

### Determinar elementos.

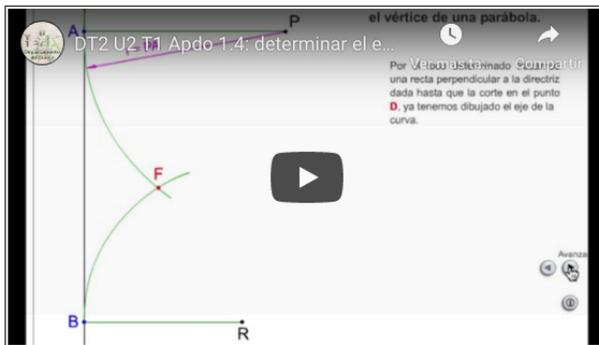
Para poder determinar los elementos y el parámetro de una Parábola necesitaremos como mínimo tres datos.

- **La Directriz y el vértice.** En la siguiente animación te mostramos cómo determinar estos elementos a partir de los siguientes datos: el eje, el foco y un punto de la curva.



DT2 U2 T1 Apdo. 1.4: determinar la directriz y el vértice de una parábola  
Video del Departamento DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

- **El eje, el foco y el vértice.** En la siguiente animación te mostramos cómo determinar estos elementos a partir de los siguientes datos: la directriz y dos puntos de la curva.



DT2 U2 T1 Apdo. 1.4: determinar el eje, el foco y el vértice de la parábola  
Video del Departamento DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

## Para saber más

### Radiotelescopio parabólico.





Los radiotelescopios, como las antenas de radar, concentran los haces de señales en un receptor situado en el foco, esto es posible gracias a que su diseño está basado en la parábola, recuerda que la distancia de un punto al foco es igual a la distancia paralela al eje hasta la directriz, por tanto, si situamos un emisor en el foco podremos enviar un haz de rayos paralelos al eje.

En la imagen superior (archivo de Wikimedia Commons, un depósito de contenido libre hospedado por la Fundación Wikimedia) te mostramos dos vistas de un radiotelescopio en Raisting, Baviera (Alemania):

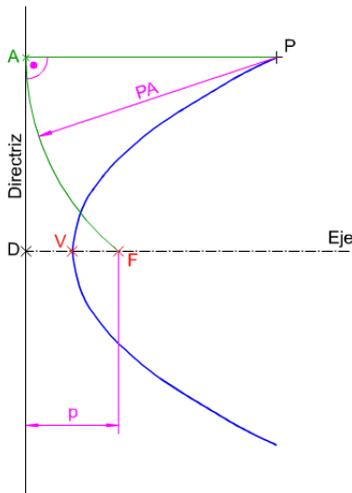
- [Fotografía izquierda.](#)
- [Fotografía derecha.](#)

En el video inferior puedes ver, de manera esquemática, el funcionamiento de una antena parabólica, observa cómo todos los rayos al incidir sobre la superficie de la antena coinciden en un mismo punto, el foco de la parábola.



¿Por qué las ANTENAS PARABÓLICAS son parabólicas?  
Video de Derivando alojado en Youtube

### Ejercicio resuelto



En la figura de la izquierda puedes ver cómo se ha determinado el parámetro de una Parábola, dados su eje de simetría, la directriz y un punto de la curva.

Para resolverlo debes de aplicar los conceptos y procedimientos explicados en este apartado.  
Material necesario:

- Lápiz blando y duro.
- Compás.
- Plantilla de dibujo (escuadra y cartabón).
- Hojas para realizar trazados de prueba.

Para realizar este ejercicio debes descargar este [documento pdf](#).

**Mostrar retroalimentación**

## 2. Trazado



Ponte JK Panorama  
Imagen de Mariordo en Wikipedia. Dominio Público.

En el apartado anterior hemos estudiado los conceptos y procedimientos relacionados con los elementos y parámetros de las curvas cónicas. En este nuevo apartado desarrollaremos los métodos de construcción mediante los cuales fijaremos la posición exacta de varios puntos de una curva cónica, lo que nos permitirá realizar su trazado a mano alzada

o mediante plantillas de curvas.

En la imagen superior, fotografía de Mario Roberto Durán Ortiz (archivo de [Wikimedia Commons](#), un depósito de contenido libre hospedado por la Fundación Wikimedia), puedes ver el **Puente Juscelino Kubitschek** en Brasilia, inaugurado en 2002.

Popularmente conocido como Puente JK o Puente Presidente JK (Juscelino Kubitschek de Oliveira presidente de Brasil), fue inaugurado el 15 de diciembre de 2002, cruza el lago Paranoá, tiene una longitud de 720 metros (en tres vanos de 240 m), siendo su longitud total de 1.200 m con las aproximaciones; y un ancho de 24 metros, con tres carriles en cada dirección.

Su diseño estructural basado en parábolas lo hace ser único en el mundo.

## 2.1. Elipse



### Importante

El trazado de la elipse, como el de todas las cónicas, se realiza a mano alzada o con ayuda de plantillas de curvas.

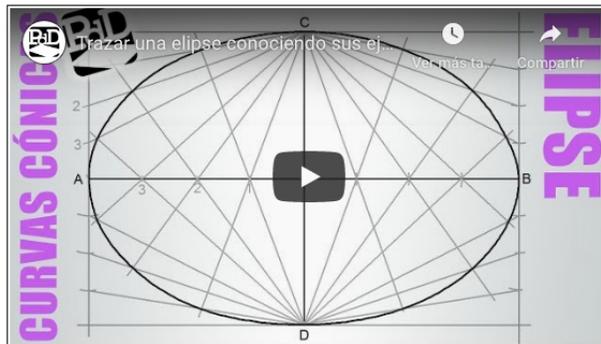
Existen varios métodos y todos ellos inciden en lo mismo: determinar diversos puntos de la cónica que deberán unirse posteriormente sin el empleo del compás.

**Determinar los focos.**

**Métodos.**

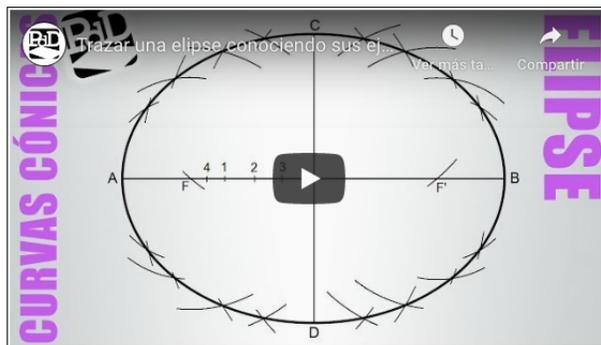
Los métodos que vamos a estudiar son:

- Método de intersección de rectas.



Trazar una elipse conociendo sus ejes, método de intersección de rectas (Curvas cónicas).  
Video de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

- Método de los ejes y los focos (lugar geométrico).



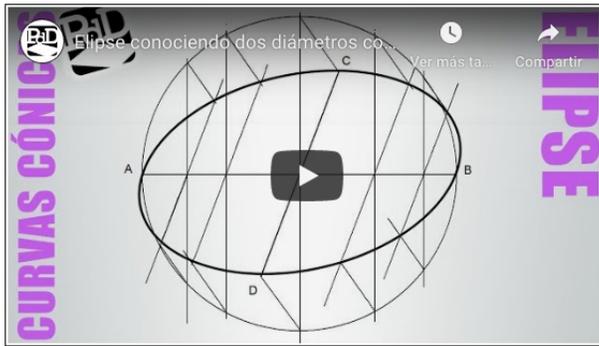
Trazar una elipse conociendo sus ejes, método de localización de puntos (Curvas cónicas).  
Video de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

- Método de los puntos afines.



Elipse dados sus ejes (método de las circunferencias afines)  
Video de Arturo Geometría alojado en [Youtube](#)

- Diámetros conjugados.



Elipse conociendo dos diámetros conjugados (curvas cónicas).  
Video de PDD Profesor de Dibujo alojado en [Youtube](#)

## Curiosidad

### EL MÉTODO DEL JARDINERO:

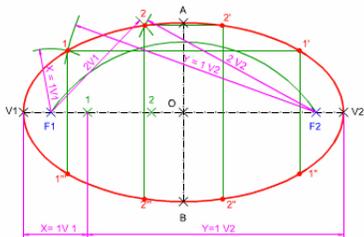
Si colocamos unas estacas en el suelo a una distancia igual a longitud focal ( $2c$ ) y fijamos en ellos los extremos de una cuerda de magnitud igual al eje de simetría mayor  $2b$  al deslizar un lápiz manteniendo la cuerda tensa describiremos la trayectoria de una elipse.

¿Os atrevéis?



La elipse  
Video de Alberto Mejía alojado en [Youtube](#)

## Ejercicio resuelto



Dados los parámetros de la elipse  $2a = 90$  y  $2c = 60$ , dibuja el eje menor (AB) y traza la curva, determinando al menos ocho (8) puntos de la curva (exceptuando los extremos de los ejes dados)

¿Cómo se determina el eje menor de una elipse?

**Mostrar retroalimentación**

## 2.2. Hipérbola



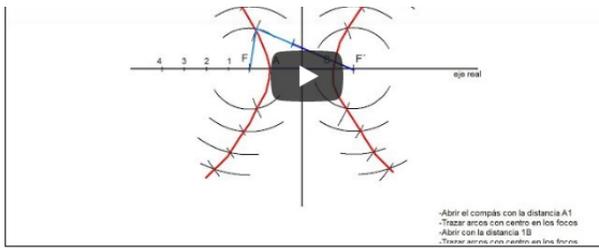
### Importante

Como en el caso de la Elipse, hay varios métodos para trazar una Hipérbola, pero dado que esta curva cónica no se suele emplear mucho en dibujo técnico, solamente explicamos uno de ellos.

#### Método de los ejes y los focos (lugares geométricos).

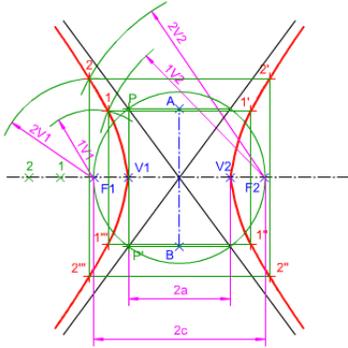
Está basado en el mismo concepto que el método desarrollado en la Elipse.





14- CONSTRUCCIÓN DE LA HIPÉRBOLA (2)  
 Vídeo de Valérie Domenech alojado en [Youtube](#)

### Ejercicio resuelto



En la figura de la izquierda puedes ver cómo se ha trazado una Hipérbola, dadas sus asíntotas y el parámetro  $2a$ . Para resolverlo debes de aplicar los conceptos y procedimientos explicados en este apartado y en el anterior.

Material necesario:

- Lápiz blando y duro.
- Compás.
- Plantilla de dibujo (escuadra y cartabón).
- Hojas para realizar trazados de prueba.

Para realizar este ejercicio debes descargar este [documento pdf](#).

**Mostrar retroalimentación**

## 2.3. Parábola

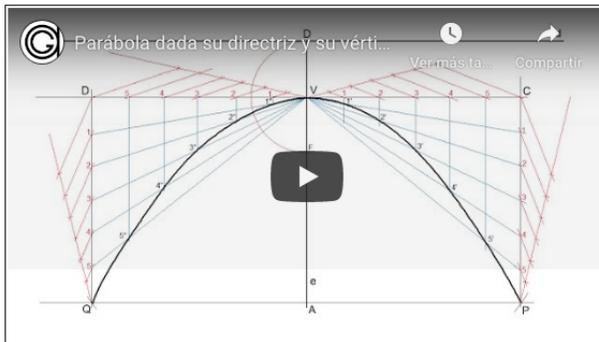


### Importante

Recuerda que la Parábola no posee circunferencia focal, el elemento que lo sustituye es la directriz.

#### Método de intersección de rectas

Para desarrollar este método necesitamos la posición del eje y del vértice de la parábola, así como la de un punto de la curva.



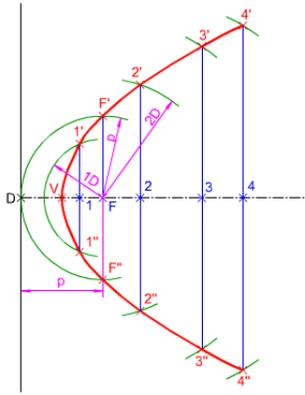
Parábola dada su directriz y su vértice (método de los haces proyectivos)  
 Vídeo de Arturo Geometría alojado en [Youtube](#)

#### Método de la directriz, el eje y el foco (lugares geométricos).



Parábola dada su directriz y su foco (método de los lugares geométricos)

## Ejercicio resuelto



En la figura de la izquierda puedes ver cómo se ha trazado una parábola, dada su directriz, el eje y el parámetro. Para resolverlo debes de aplicar los conceptos y procedimientos explicados en este apartado y en el anterior.

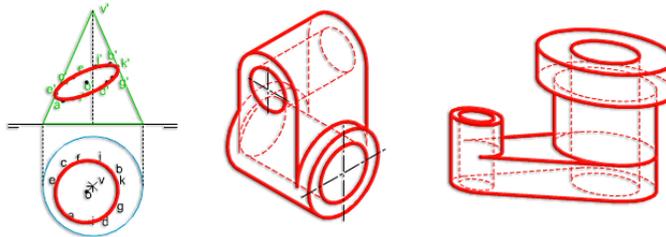
Material necesario:

- Lápiz blando y duro.
- Compás.
- Plantilla de dibujo (escuadra y cartabón).
- Hojas para realizar trazados de prueba.

Para realizar este ejercicio debes descargar este [documento pdf](#).

**Mostrar retroalimentación**

## 3. Elipse y perspectiva



El trazado de la circunferencia en los distintos sistemas de representación normalmente se traduce en el dibujo de una elipse.

En el curso anterior, Dibujo Técnico I representamos la perspectiva isométrica y caballera de una circunferencia mediante el dibujo de una Elipse, pero no profundizamos en los conceptos y procedimientos necesarios para dicho trazado.

En este apartado vamos a analizar la representación gráfica de algunos ya realizados y otros que elaboraremos en temas sucesivos.

La imagen superior nos muestra cómo queda dibujada una circunferencia en los sistemas Diédrico y Axonométrico (isométrico y caballera).

### 3.1. Generalidades



#### Importante

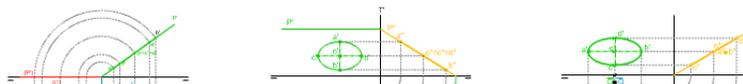
La representación gráfica de una circunferencia en los distintos sistemas de representación viene dada por la proyección de dos de sus diámetros, dependiendo del sistema empleado estos pueden ser los ejes perpendiculares de la curva o los diámetros conjugados, en este último caso es necesario determinar los ejes para poder dibujar fácilmente la Elipse.

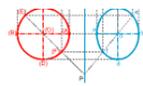
**Determinar los ejes a partir de los diámetros conjugados.**



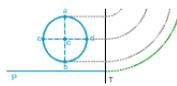
Definir los ejes principales de una elipse dados los ejes conjugados  
Video de Oscar Lopez Zaldivar alojado en [Youtube](#)

### 3.2. Diédrico

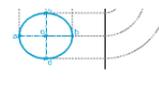




Piano Proyectante Vertical



Piano Paralelo a la LT



Piano que pasa por la LT

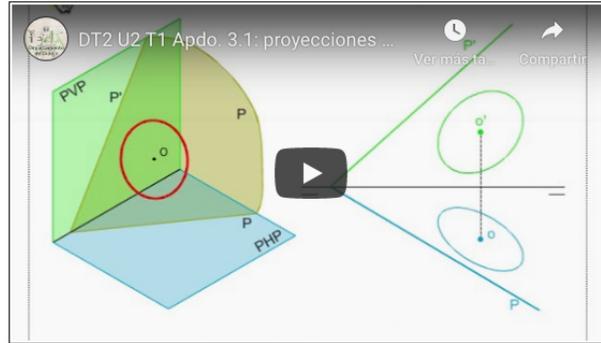
Las proyecciones de una circunferencia en el sistema diédrico dependerán de la posición que ocupe el plano que contenga dicha curva respecto de los planos de proyección. En la imagen superior puedes ver varios ejemplos de proyección de una circunferencia contenida en un plano proyectante vertical (de canto), paralelo a la línea de tierra y que pase por ella.

## Importante

Si una circunferencia está contenida en un plano paralelo a uno de los planos de proyección, la proyección sobre este será una circunferencia, en caso contrario normalmente será una elipse, siendo una recta si el plano que contiene a la curva es perpendicular al plano de proyección.

### Proyecciones de una circunferencia contenida en un plano oblicuo.

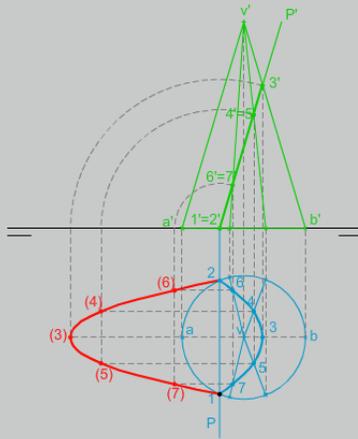
Como el plano no es ni paralelo ni perpendicular a los planos de proyección, la circunferencia se proyectará sobre ellos como Elipse, siendo sus ejes rectas paralelas a los planos de proyección (horizontal y frontal) y de máxima pendiente e inclinación



DT2 U2 T1 Apdo. 3.1: proyecciones de una circunferencia en un plano oblicuo  
Video de Departamento DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

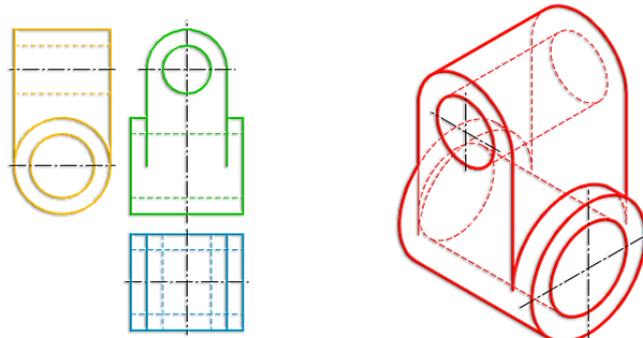
## Para saber más

### Sección del cono: parábola.



Ya hemos visto como al seccionar un cono recto de revolución podemos obtener varias curvas cónicas. En este caso particular hemos cortado el cono mediante un plano paralelo a una de sus generatrices lógicamente obtenemos una parábola, para determinar su proyección, en este caso horizontal, podemos recurrir al método de intersección de rectas, explicado en el apartado 2.3.

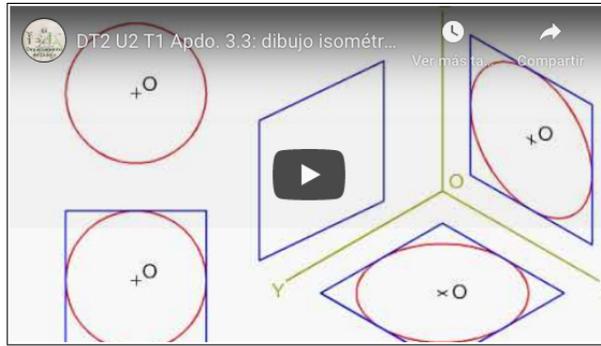
## 3.3. Isométrico



La perspectiva isométrica de una circunferencia paralela a uno de los triedros siempre será una Elipse y su trazado no representa mucha dificultad, ya que partimos de la perspectiva de un cuadrado que circunscribe a dicha curva, o lo que es lo mismo un rombo que circunscribe a una Elipse. En la imagen superior te mostramos la perspectiva de una figura dada sus vistas diédricas normalizadas, observa cómo las circunferencias se convierten en elipses.

### Proyección isométrica de la circunferencia.

Recordemos cómo una circunferencia se transforma en elipse al proyectarse sobre los planos isométricos.



DT2 U2 T1 Apdo. 3.3: dibujo isométrico de una circunferencia  
Video de Departamento DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

### Trazado.

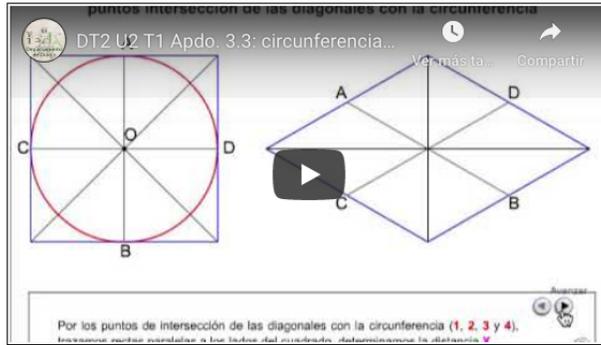
Existen varios métodos que nos permiten representar la perspectiva isométrica de una circunferencia, recuerda que en todos ellos siempre obtenemos la posición exacta de los ejes de simetría de la elipse, pero no su magnitud; en cambio sí podemos situar dos de sus diámetros conjugados y las longitudes de ambos.





Circunferencia en isométrico de [epvmanantiales](#)

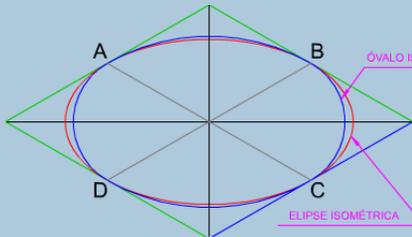
**Elipse isométrica por diagonales.**



DT2 U2 T1 Apdo. 3.3: circunferencia en isométrico por diagonales  
Video de Departamento DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

*Curiosidad*

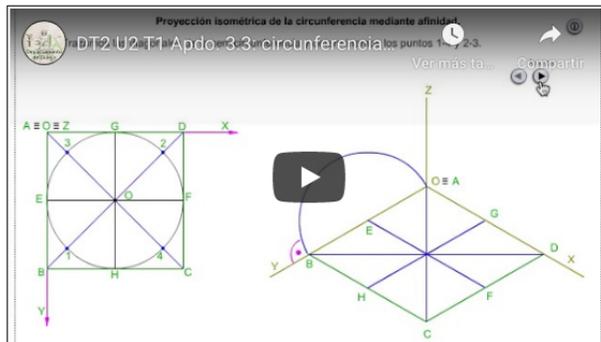
**Óvalo isométrico.**



Según el método empleado en la representación isométrica de una circunferencia, obtendremos dos curvas: elipse y óvalo, siendo su forma y tamaño distintos. Lo puedes ver en la imagen izquierda, en la que se ha representado la perspectiva isométrica de la circunferencia inscrita en un cuadrado.

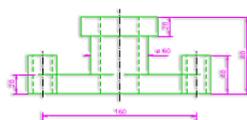
**Elipse isométrica por afinidad.**

Este procedimiento se explicará de manera más detallada en el último tema de esta unidad didáctica.



DT2 U2 T1 Apdo. 3.3: circunferencia en isométrico por afinidad  
Video de Departamento DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

**3.4. Caballera**





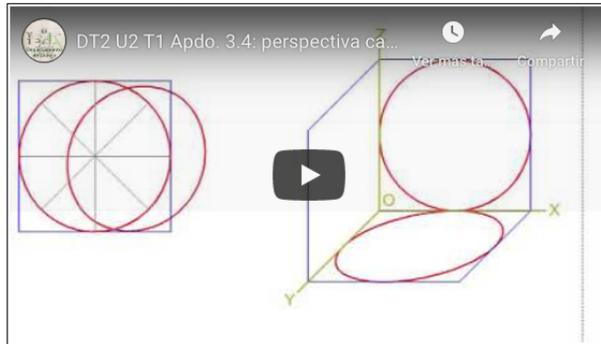
Cuando una circunferencia está contenida en los planos XOY, ZOY, o en un plano cualquiera siempre que no sea paralelo al plano XOZ, su perspectiva caballera es una elipse.

La perspectiva caballera de los diámetros de una circunferencia nos determina únicamente la posición y magnitud exacta de dos diámetros conjugados de la elipse. Para poder trazar de manera adecuada dicha perspectiva podemos recurrir al método explicado en el apartado 3.1.

En la imagen superior puedes ver la perspectiva de una figura dada sus vistas diédricas normalizadas, observa cómo las circunferencias se convierten en elipses.

Como en el caso de la perspectiva isométrica, partimos de la perspectiva de un cuadrado que circunscribe a dicha curva, en este caso, dado que solamente aplicamos coeficiente de reducción a un eje (Y) el paralelogramo que circunscribe a la Elipse será un romboide.

En la siguiente animación puedes ver cómo el cuadrado se transforma en dicho paralelogramo en los planos XOY, ZOY, mientras que conserva sus ángulos en el plano XOY.



DT2 U2 T1 Apdo. 3.4: perspectiva caballera de la circunferencia  
Video de Departamento DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

## Importante

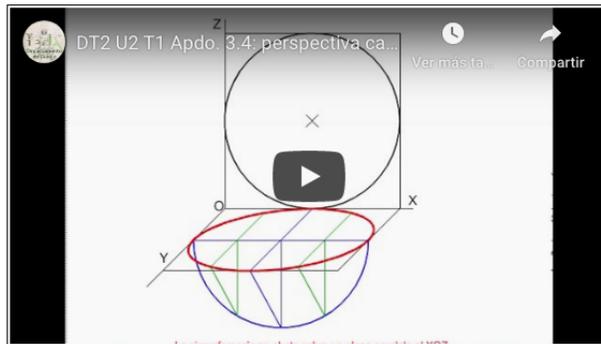
Recuerda que en perspectiva caballera solamente aplicamos coeficiente de reducción sobre el eje Y.

### Trazado.

Podemos representar la perspectiva caballera de una circunferencia mediante tres métodos que nos permiten determinar los ejes o los diámetros conjugados de la curva:

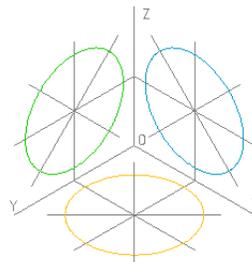
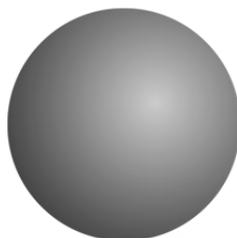
- **Diagonales:** mediante la intersección de las diagonales del cuadrado con la circunferencia podemos determinar los eje de la elipse.
- **Abatimiento:** situando la circunferencia sobre un plano paralelo al XOY podemos determinar solamente los diámetros conjugados de la elipse.
- **Afinidad:** este procedimiento nos permite determinar los eje de la elipse.

En la animación inferior puedes ver cómo queda representada la elipse en cada uno de estos métodos.



DT2 U2 T1 Apdo. 3.4: perspectiva caballera de la circunferencia  
Video de Departamento DIBUJO IEDA alojado en [Youtube](#)

## 4. Qcad, practica lo aprendido



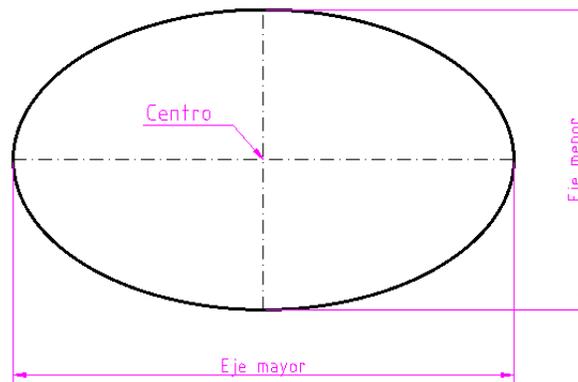
En la unidad 4 del curso pasado estudiamos las perspectivas isométrica y caballera, y cómo trazar las elipses resultantes de las proyecciones correspondientes a las superficies circulares. Repasemos en este tema los conceptos allí aprendidos correspondientes al trazado de elipses y la edición de arcos de elipse y de polilíneas.

### 4.1. Elipses isométricas

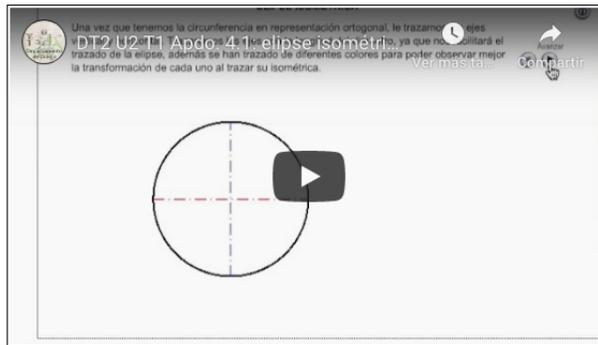


Al usar en Qcad la herramienta de trazado de perspectivas isométricas, recordarás que las circunferencias y sus arcos se trazaban como polilíneas. Éstas son más laboriosas de rectificar en el caso de que tengamos partes ocultas o simplemente necesitemos trazar arcos.

El trazado de elipses y arcos de elipse es muy simple con Qcad, sólo necesitaremos tener definidos el centro y los ejes mayor y menor.



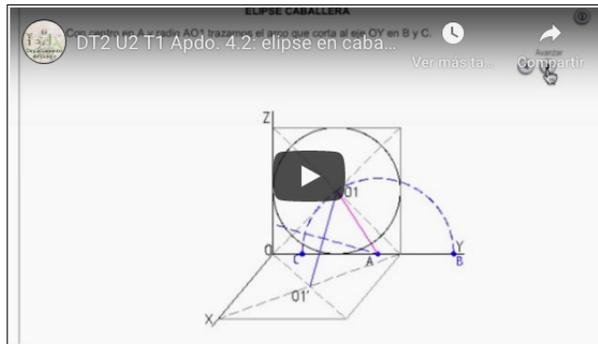
Recordemos a continuación cómo realizar la elipse isométrica a partir de su circunferencia.



## 4.2. Elipses caballeras



Al realizar elipses transformadas de circunferencias representadas en perspectiva caballera, el problema que se nos planteaba era el de encontrar los ejes mayor y menor. Recuerda cómo hacerlo en la siguiente animación.



## 4.3. Edición de elipses



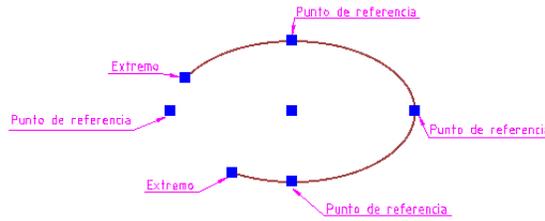
Para la edición de elipses podemos usar casi todas las herramientas de edición que el resto de las líneas. Recordemos que si trazamos las proyecciones isométricas de circunferencias o arcos mediante la herramienta específica de isométrica, las elipses obtenidas son en realidad polilíneas, lo que nos dificulta mucho la edición.

Veamos en la siguiente animación los pasos seguidos para trazar las líneas ocultas en una perspectiva.

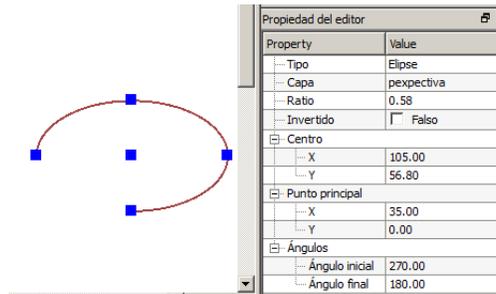


**Otras formas de editar arcos de elipse son:**

1. Arrastrando directamente sus extremos. Si el extremo coincide con uno de los puntos de referencia (extremos de los ejes mayor y menor), no podremos arrastrar los para modificar el ángulo del arco que abarca. En este caso tendremos que proceder como se explica en el siguiente punto.



2. En el caso de que el extremo del arco coincida con uno de los puntos de referencia, podemos recurrir a modificar la ubicación del extremo mediante la ventana de propiedad del editor, que si no estuviera visible, accederemos a ella en *Ver > Barra de herramientas > Propiedad del editor*. En el apartado ángulo cambiaremos el extremo que deseamos arrastrar a un ángulo que no sea de 0°, 90°, 180° ó 270°, ya que estos son los correspondientes a los puntos de referencia. Una vez modificado el ángulo, podremos arrastrar el extremos con facilidad.



**Imprimible**



Puedes [descargar este tema en PDF](#) (pdf - 11889.83 KB) . para guardar o imprimir. Ten en cuenta que en papel impreso no podrás ver los vídeos y animaciones de trazados y ejercicios, fundamentales para adquirir las destrezas necesarias en este tema, como en la mayoría de temas de esta asignatura, marcadamente procedimental.

**Resumen**



En estos enlaces a un PDF tienes resumido, de forma muy ilustrativa, el tipo de curvas cónicas que has estudiado en este tema:

- [Resumen muy visual en 13 páginas de todas las curvas que has estudiado en este tema con solución de algunos trazados.](#)
- [Resumen más extendido de las curvas estudiadas.](#)

Este enlace te dirigirá a una aplicación web interactiva en la que podrás practicar con las curvas (requiere activar Flash en tu navegador).

**Aviso Legal**



**Contenidos y recursos educativos de Andalucía**



- 🏠 Secundaria-
- Bachillerato-
- Idiomas-
- FP Inicial-
- Enseñanzas Deportivas-
- Planes educativos-
- Otros recursos-

**Aviso Legal**

El presente texto (en adelante, el "Aviso Legal") regula el acceso y el uso de los contenidos desde los que se enlaza. La utilización de estos contenidos atribuye la condición de usuario del mismo (en adelante, el "Usuario") e implica la aceptación plena y sin reservas de todas y cada una de las disposiciones incluidas en este Aviso Legal publicado en el momento de acceso al sitio web. Tal y como se explica más adelante, la autoría de estos materiales corresponde a un trabajo de la **Comunidad Autónoma Andaluza, Consejería de Educación y Deporte (en adelante Consejería de Educación y Deporte)**.

Con el fin de mejorar las prestaciones de los contenidos ofrecidos, la Consejería de Educación y Deporte se reserva el derecho, en cualquier momento, de forma unilateral y sin previa notificación al usuario, a modificar, ampliar o suspender temporalmente la presentación, configuración, especificaciones técnicas y servicios del sitio web que da soporte a los contenidos educativos objeto del presente Aviso Legal. En consecuencia, se recomienda al Usuario que lea atentamente el presente Aviso Legal en el momento que acceda al referido sitio web, ya que dicho Aviso puede ser modificado en cualquier momento, de conformidad con lo expuesto anteriormente.

**Régimen de Propiedad Intelectual e Industrial sobre los contenidos del sitio web.**