



CURVAS CÓNICAS

6 años de PEVAU

SELECTIVIDAD 2017 - 22



REALIZADO POR
LANUBEARTISTICA.ES



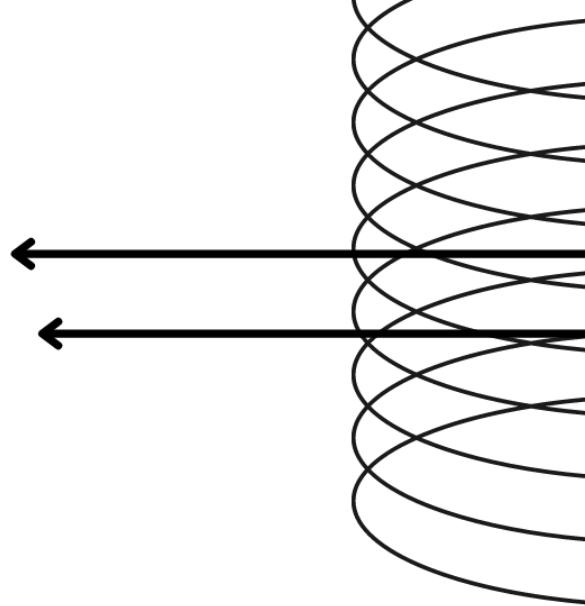
Tienes en tus manos un documento **recopilatorio de todos los ejercicios sobre curvas cónicas** que se han propuesto para las PEVAU (selectividad) de Andalucía, desde el 2017 al 2022.

En cada ejercicio resuelto, hemos proporcionado una **solución con un enfoque pedagógico**, que **incluye comentarios escritos** y dibujos aclaratorios. Verás un **croquis de la curva** solicitada, con trazados que están relacionados con las propiedades inherentes a dicha curva. En **color azul o rojo, señalamos los datos que nos ofrece el enunciado**. A partir de dicho dibujo intentamos resolver el ejercicio. Te aconsejamos seguir esta estrategia para enfrentarte a cualquier tipo de problemas de dibujo técnico. Ya verás cómo con este truco, consigues la resolución de estos ejercicios.

Truco para abordar los ejercicios: una estrategia efectiva para enfrentarse a la resolución de los ejercicios de curvas cónicas es seguir los siguientes pasos:

1. **Realiza un croquis de la curva solicitada** (elipse, parábola o hipérbola) y asegúrate de **incluir todos los elementos y propiedades relevantes de dicha curva**.
2. **Examina detenidamente los datos proporcionados** en el enunciado del ejercicio y **subráyalos** en rojo o azul para resaltarlos.
3. Utiliza los conocimientos teóricos y las propiedades de las curvas cónicas para abordar la resolución del ejercicio.
4. Sigue los pasos lógicos y utiliza las técnicas adecuadas para llegar a la solución final.
5. **Comprueba tu respuesta y asegúrate de que se ajuste a las condiciones establecidas en el enunciado del ejercicio**.

Si tienes alguna pregunta, deseas que te expliquemos alguna lámina mediante un video, detectas algún error o quieres enviarnos alguna sugerencia, no dudes en contactarnos. Puedes escribirnos a info@lanubeartistica.es. Estaremos encantados de ayudarte y mejorar nuestros contenidos.





CURVAS CÓNICAS

ELIPSES

SELECTIVIDAD 2017 - 22



REALIZADO POR
LANUBEARTISTICA.ES

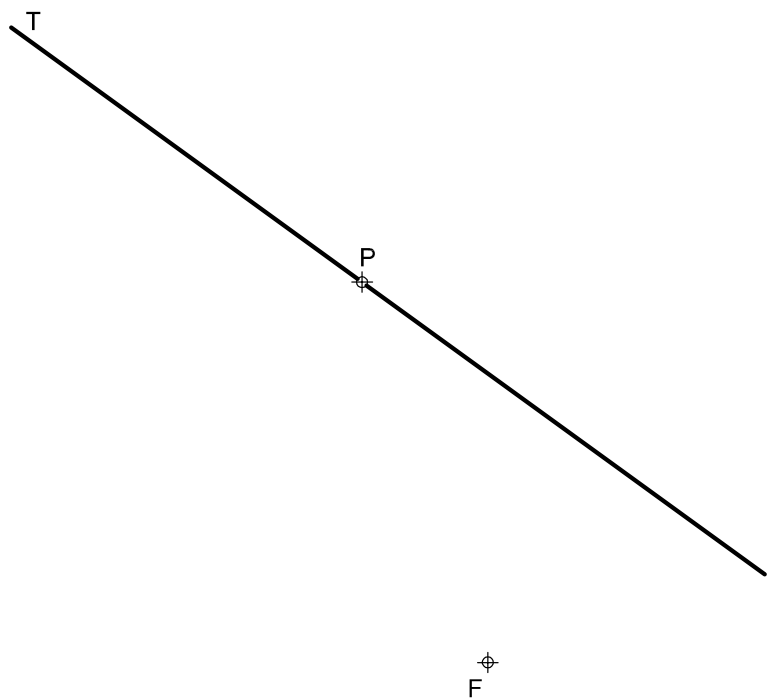


OPCIÓN A

EJERCICIO 1º: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Definida una elipse por el foco F y la recta tangente T en el punto P de la cónica, se pide:

1. Determinar el segundo foco sabiendo que la magnitud del eje mayor es tres veces el valor del radio vector FP.
2. Representar los ejes.
3. Dibujar la elipse.
4. Trazar la normal a la cónica por P.



Puntuación:

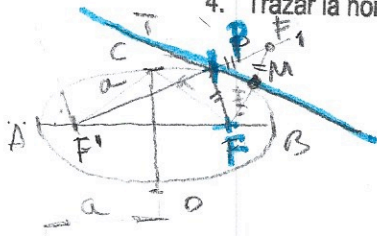
Apartado 1	1,00 puntos
Apartado 2	0,50 puntos
Apartado 3	1,00 puntos
Apartado 4	0,50 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

OPCIÓN A

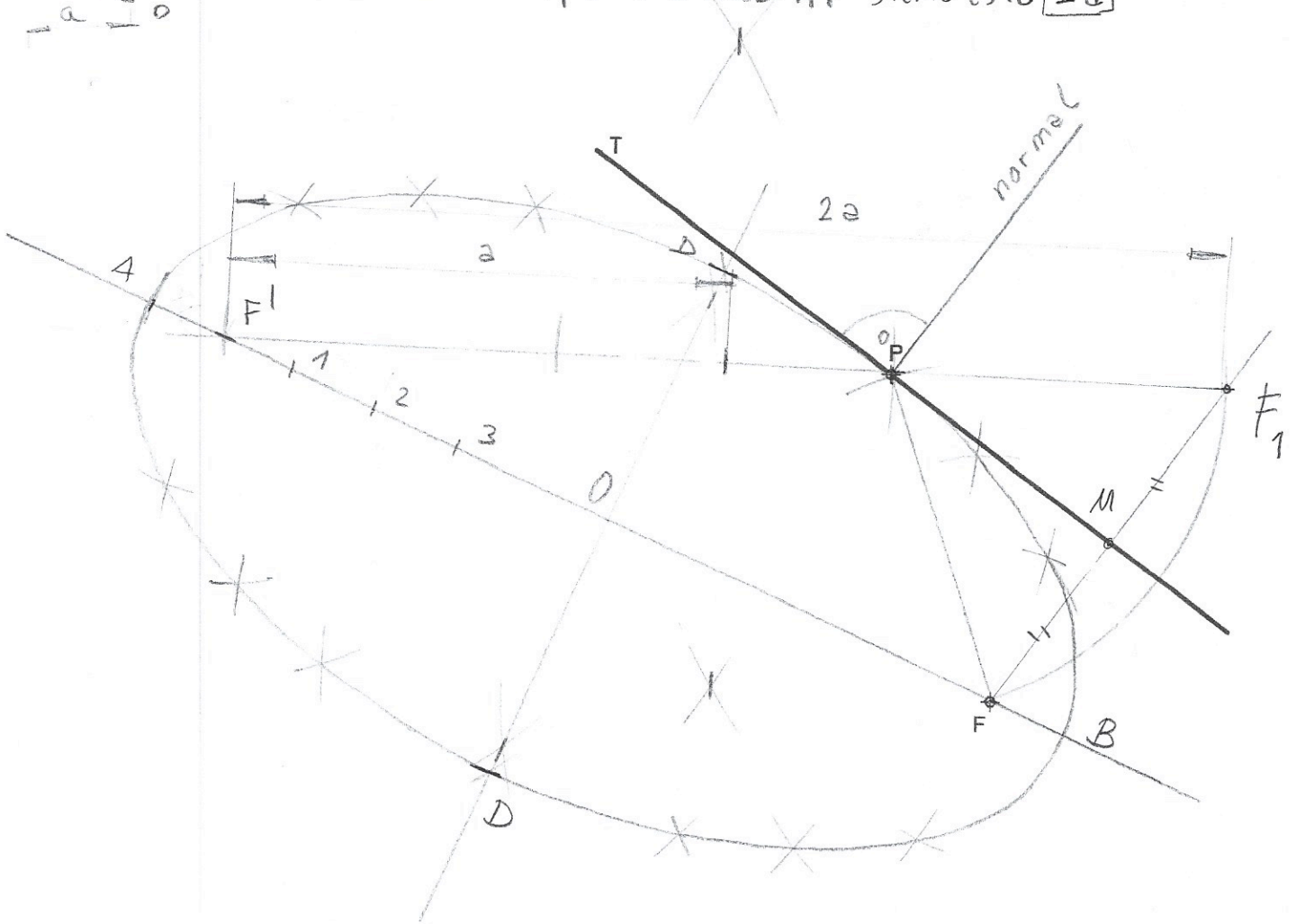
EJERCICIO 1º: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Definida una elipse por el foco F y la recta tangente T en el punto P de la cónica, se pide:

1. Determinar el segundo foco sabiendo que la magnitud del eje mayor es tres veces el valor del radio vector FP.
2. Representar los ejes.
3. Dibujar la elipse.
4. Trazar la normal a la cónica por P.



LA CLAVE PARA RESOLVER ESTE EJERCICIO ESTÁ EN HALLAR F_1 , SIMÉTRICO DE F. RESPECTO DE LA RECTA TANGENTE DADA. EL EJE MAYOR ES $2a$ POR LO QUE POR LA RECTA UNIÓN DE F_1, P TRASLADO 2 VECES \overline{FP} CON LO QUE $\overline{F_1 F_2} = 3$ VECES \overline{FP} SIENDO ESTO $2a$



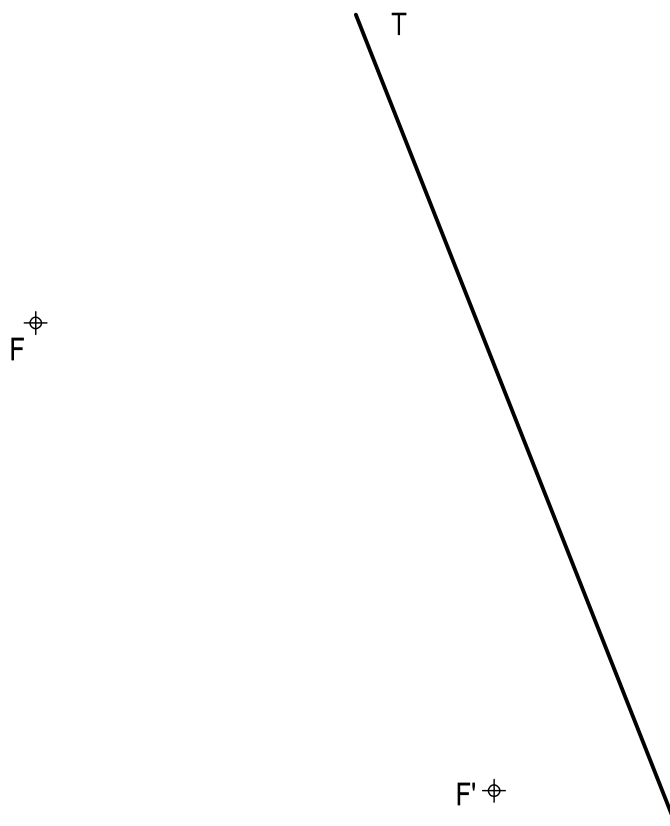
Puntuación:	
Apartado 1	1,00 puntos
Apartado 2	0,50 puntos
Apartado 3	1,00 puntos
Apartado 4	0,50 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

OPCIÓN A

EJERCICIO 1º: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Dados los focos F y F' de una elipse y una recta T tangente a la misma, se pide:

1. Obtener el punto de tangencia en T .
2. Determinar los ejes de la elipse.
3. Dibujar la cónica.



Puntuación:

Apartado 1

0,50 puntos

Apartado 2

1,00 puntos

Apartado 3

1,50 puntos

Puntuación máxima

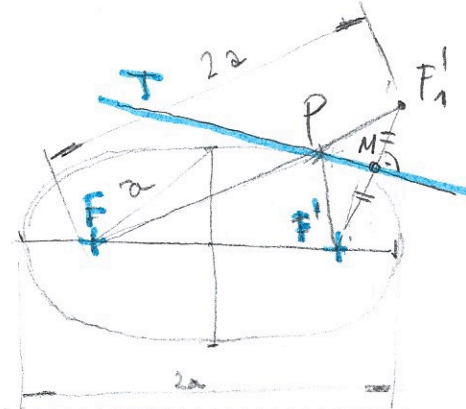
3,00 puntos

OPCIÓN A

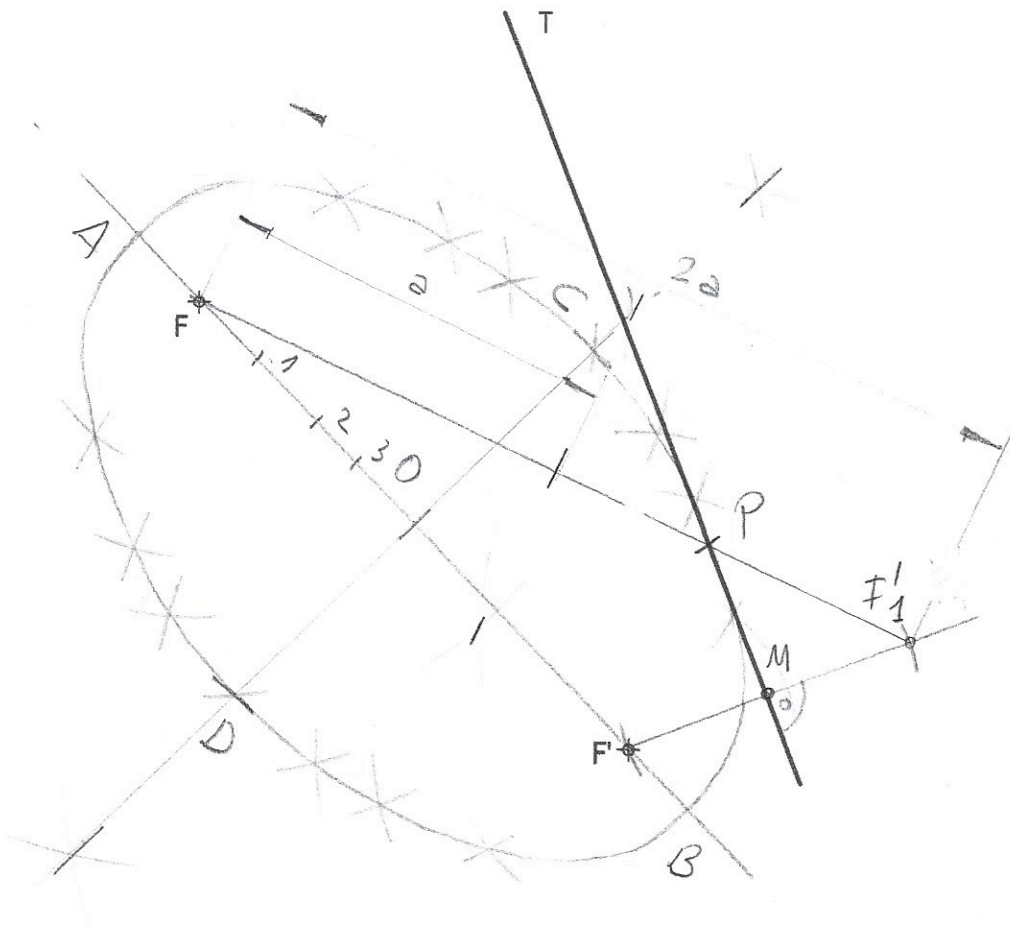
EJERCICIO 1º: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Dados los focos F y F' de una elipse y una recta T tangente a la misma, se pide:

1. Obtener el punto de tangencia en T .
2. Determinar los ejes de la elipse.
3. Dibujar la cónica.



LA CLAVE PARA RESOLVER ESTE EJERCICIO ESTÁ EN HALLAR F'_1 QUE ES EL SIMÉTRICO DE F' RESPECTO DE LA RECTA TANGENTE. SE TRAZA UNA PERPENDICULAR A T POR F' CORTÁNDOSE EN EL PUNTO M . HACIENDO CENTRO EN M CON RADIO MF' HALLAMOS F'_1 . LA UNIÓN DE F'_1 CON F ES $2a$ Y A PARTIR DE AQUÍ HALLAMOS LOS EJES \overline{AB} , \overline{CD} . DONDE $\overline{FF'_1}$ CORTA A T TENEMOS EL PUNTO DE TANGENCIA P .



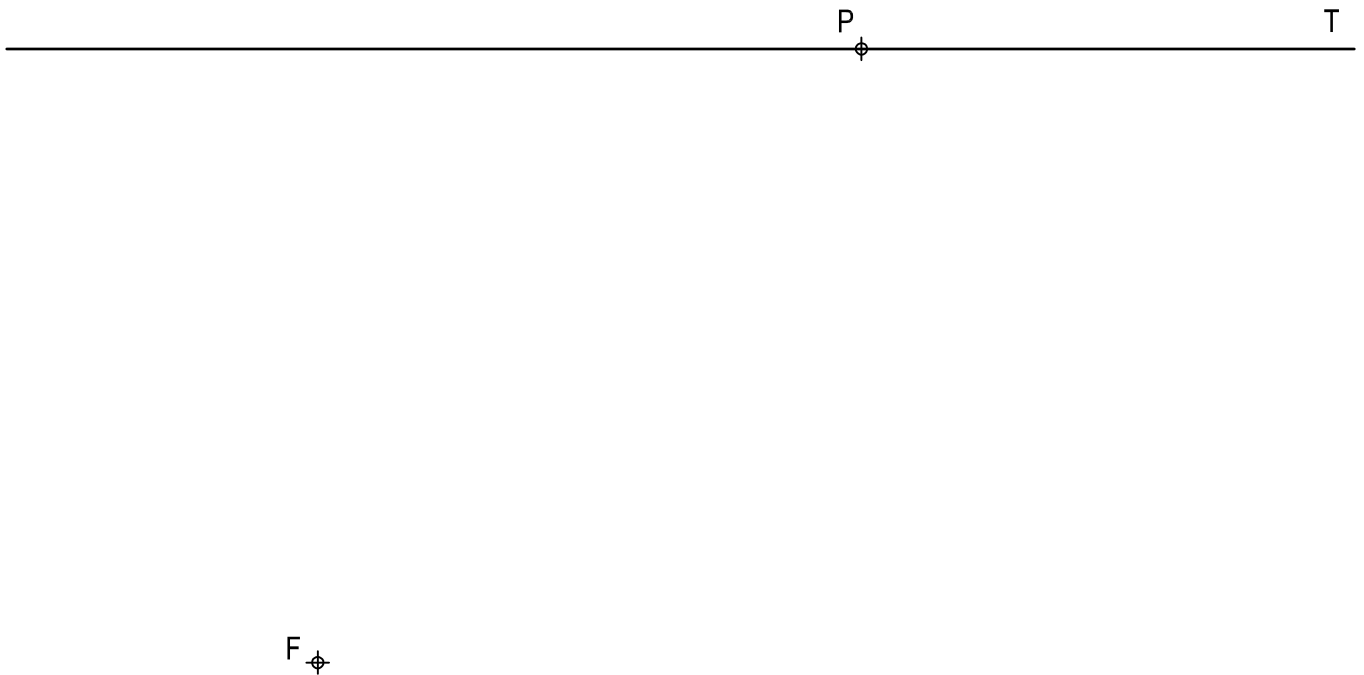
Puntuación:	
Apartado 1	0,50 puntos
Apartado 2	1,00 puntos
Apartado 3	1,50 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

OPCIÓN A

EJERCICIO 1º: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Definida una elipse por el foco F y la recta tangente T en el punto P de la cónica, se pide:

1. Determinar el otro foco sabiendo que el radio de la circunferencia focal mide 130 mm.
2. Representar los ejes de la cónica.
3. Dibujar la elipse.
4. Trazar la normal a la cónica por P.



Puntuación:

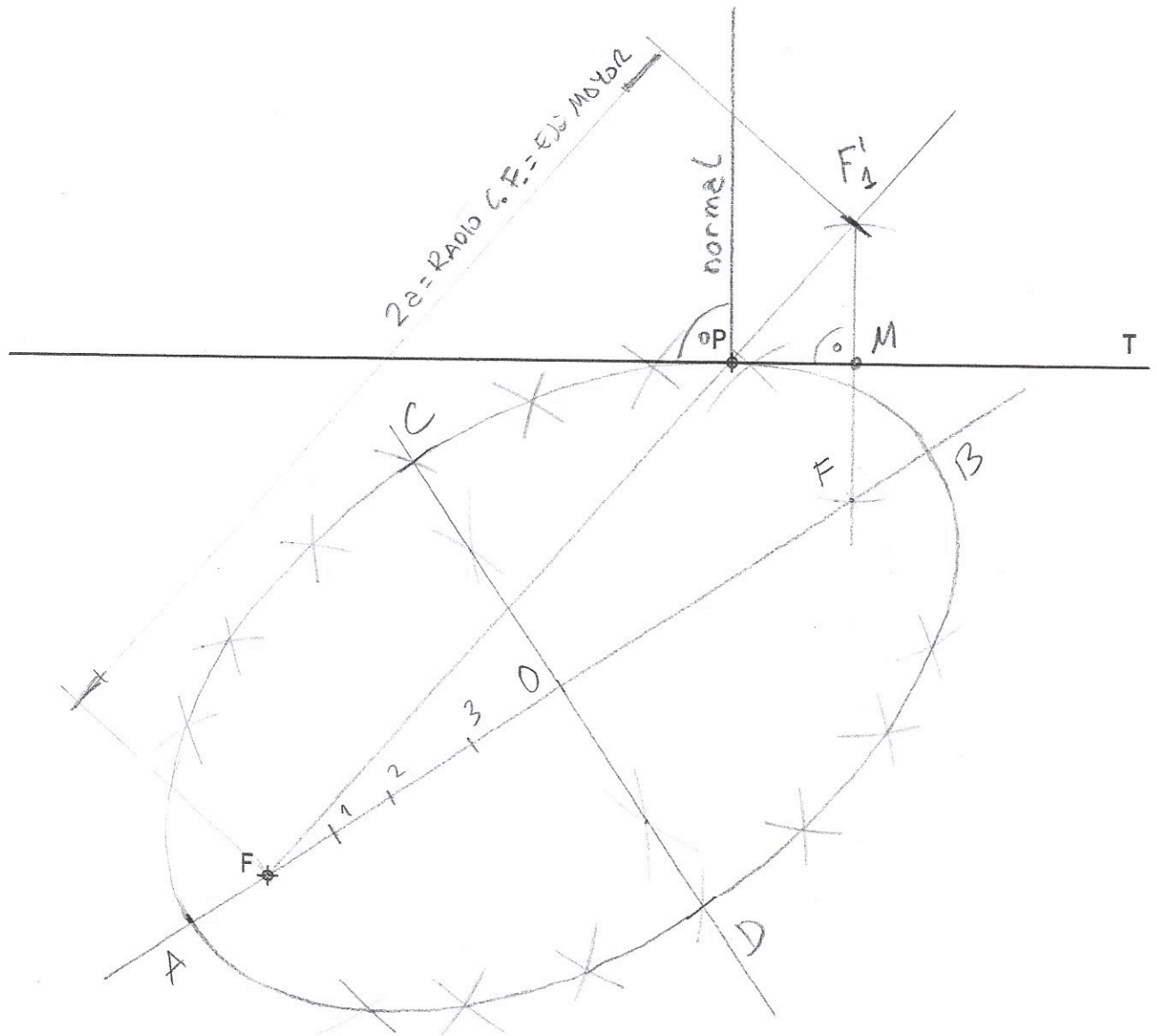
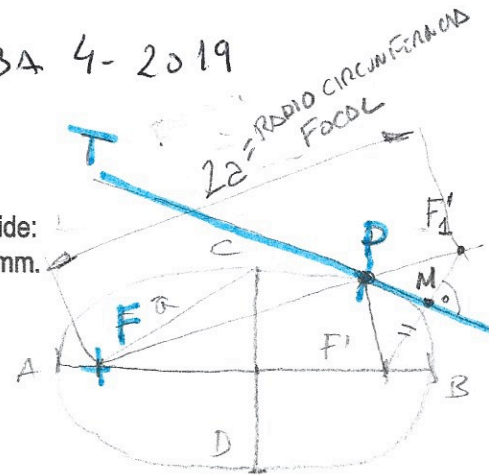
Apartado 1	0,75 puntos
Apartado 2	0,50 puntos
Apartado 3	1,50 puntos
Apartado 4	0,25 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

OPCIÓN A

EJERCICIO 1º: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Definida una elipse por el foco F y la recta tangente T en el punto P de la cónica, se pide:

1. Determinar el otro foco sabiendo que el radio de la circunferencia focal mide 130 mm.
2. Representar los ejes de la cónica.
3. Dibujar la elipse.
4. Trazar la normal a la cónica por P.



EN LA RECTA UNIÓN DE F Y P LLEVAMOS LA MEDIDA OARA, RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA FOCAL QUE A SU VEZ ES $2a = \text{EJE MAYOR}$. ASÍ OBTENDREMOS F'_1 QUE ES EL SIMÉTRICO DE F' RESPECTO DE LA RECTA T. POR LO QUE TRAZAMOS UNA PERPENDICULAR POR F'_1 OBTENIENDO M. HECEMOS CENTRO EN M CON RADIO MF'_1 HALLAMOS ASÍ F'' . DIBUJAMOS LOS EJES CONCIENOS YA $2a$.

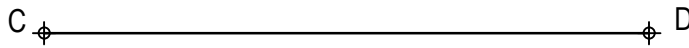
Puntuación:	
Apartado 1	0,75 puntos
Apartado 2	0,50 puntos
Apartado 3	1,50 puntos
Apartado 4	0,25 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

BLOQUE B

EJERCICIO 1: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Dado el eje menor CD de una elipse, se pide:

1. Dibujar el eje mayor AB y los focos de la cónica, sabiendo que el ángulo con el que se abarca el eje menor desde cualquiera de los extremos del eje mayor (A o B) es de 60° .
2. Representar la cónica.
3. Trazar la tangente y la normal en el punto P de la cónica que se encuentra a una distancia de 20 mm del foco más cercano al borde superior de la lámina y a la derecha del eje mayor.



Puntuación:

Apartado 1	0,75 puntos
Apartado 2	1,50 puntos
Apartado 3	0,75 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

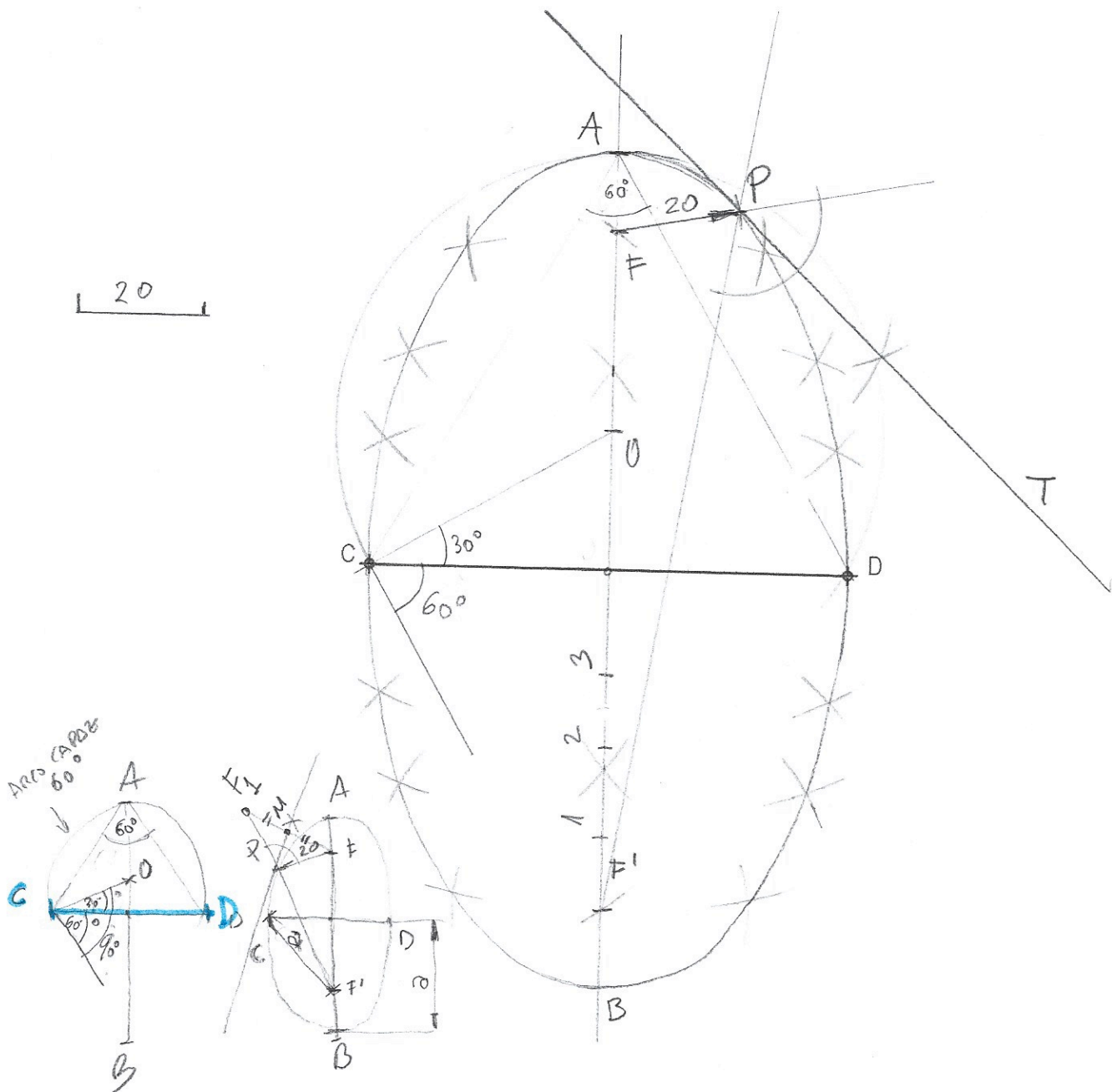
BLOQUE B

PRUEBA 5 - 20 20 SEPTIEMBRE

EJERCICIO 1: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Dado el eje menor CD de una elipse, se pide:

1. Dibujar el eje mayor AB y los focos de la cónica, sabiendo que el ángulo con el que se abarca el eje menor desde cualquiera de los extremos del eje mayor (A o B) es de 60° .
2. Representar la cónica.
3. Trazar la tangente y la normal en el punto P de la cónica que se encuentra a una distancia de 20 mm del foco más cercano al borde superior de la lámina y a la derecha del eje mayor.



PARA HALLAR EL EJE MAYOR DADAS LAS INSTRUCCIONES DEL EJERCICIO, DEBEREMOS APLICAR LOS CONCEPTOS DE ARCO CAPAZ. POR C TRAZAMOS UN ARCO CAPAZ DE 60° , DONDE ESE ARCO CORTA A LA MEDIATRIZ DE \overline{CD} TENDREMOS A. A PARTIR YA PODEMOS CONSTRUIR LA ELIPSE. LA TANGENTE ES LA BISOTRIZ DEL ÁNGULO EN P FORMADO POR $\overline{PF'}$ Y \overline{PF}

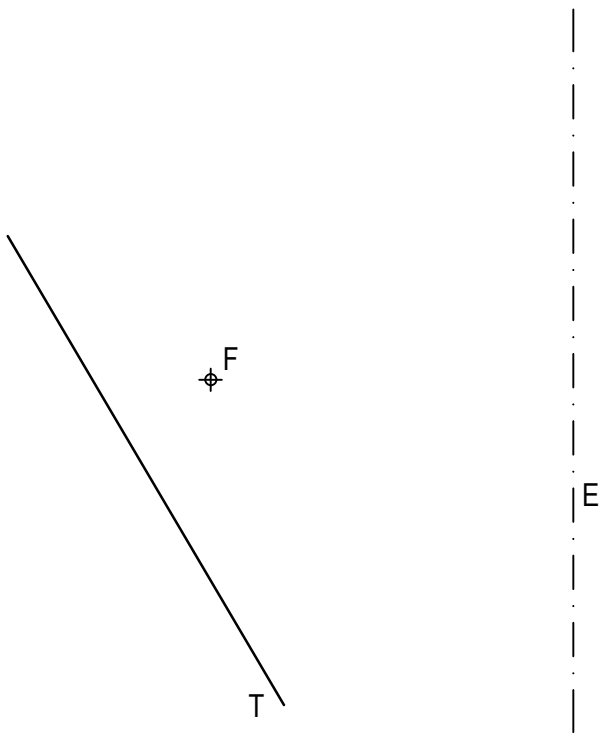
Puntuación:	
Apartado 1	0,75 puntos
Apartado 2	1,50 puntos
Apartado 3	0,75 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

BLOQUE B

EJERCICIO 1: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Definida una elipse por el foco F, la recta tangente T y uno de sus ejes de simetría E, se pide:

1. Determinar el centro, el otro foco, así como los ejes.
2. Dibujar la elipse.
3. Determinar el punto de tangencia de T sobre la cónica y trazar en éste la recta normal N.



Puntuación:

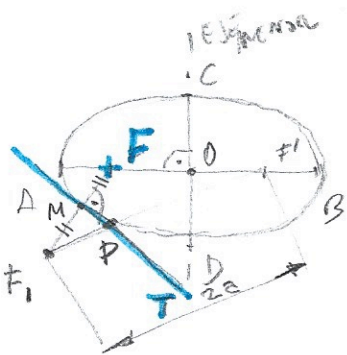
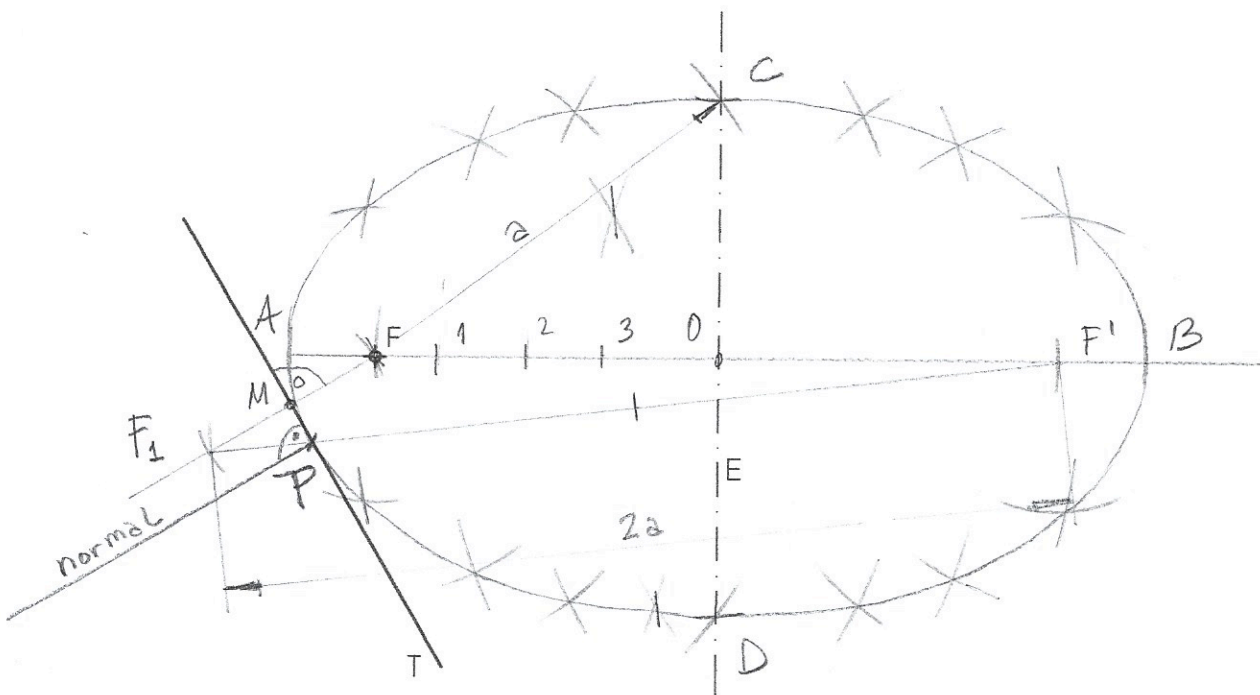
Apartado 1	1,25 puntos
Apartado 2	1,25 puntos
Apartado 3	0,50 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

BLOQUE B

EJERCICIO 1: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Definida una elipse por el foco F, la recta tangente T y uno de sus ejes de simetría E, se pide:

1. Determinar el centro, el otro foco, así como los ejes.
2. Dibujar la elipse.
3. Determinar el punto de tangencia de T sobre la cónica y trazar en éste la recta normal N.



SI TRAZAMOS UNA PERPENDICULAR DESDE F AL EJE DADO OBTENEMOS F'. POR SIMETRÍA (CENTRO EN O CON RADIO OF).

HALLAMOS EL SIMÉTRICO DE F RESPECTO DE LA RECTA TANGENTE T OBTENIENDO F₁. EL SEGMENTO F₁F' = 2a. DONDE ESTA RECTA CORTA A LA RECTA T OBTENEMOS EL PUNTO DE TANGENCIA DE LA ELIPSE P.

CONOCIENDO 2a YA PODRÍAMOS HALLAR EL MAYOR EJE MAYOR Y DEMÁS ELEMENTOS PARA TRAZAR LA ELIPSE.

Puntuación:

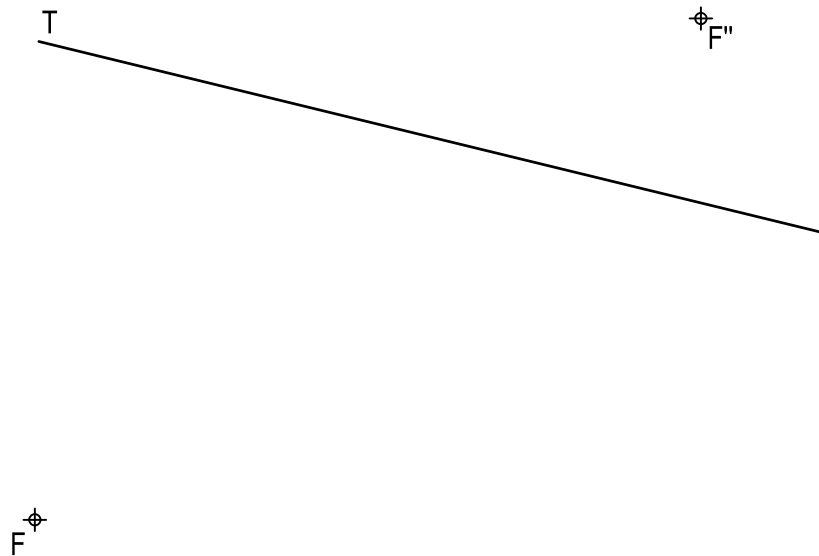
Apartado 1	1,25 puntos
Apartado 2	1,25 puntos
Apartado 3	0,50 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

BLOQUE B

EJERCICIO 1: TRAZADOS GEOMÉTRICOS

Dado el foco F de una elipse, una recta T tangente a la misma y el punto F'' simétrico del foco F' respecto de T , se pide:

1. Determinar el foco F' , el centro O , el punto P de tangencia de la recta T y los ejes de la cónica.
2. Dibujar la elipse.
3. Trazar la normal a la cónica en P y la tangente en su punto diametralmente opuesto P' .



Puntuación:

Apartado 1	1,25 puntos
Apartado 2	1,25 puntos
Apartado 3	0,50 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

BLOQUE B

EJERCICIO 1: TRAZADOS GEOMÉTRICOS

- Dado el foco F de una elipse, una recta T tangente a la misma y el punto F'' simétrico del foco F' respecto de T , se pide:
1. Determinar el foco F' , el centro O , el punto P de tangencia de la recta T y los ejes de la cónica.
 2. Dibujar la elipse.
 3. Trazar la normal a la cónica en P y la tangente en su punto diametralmente opuesto P' .

UNIENDO F CON F'' OBTENEMOS EL PUNTO DE TANGENCIA DE LA ELIPSE EN $T = P$.
 $FF'' = 2a =$ RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA FOCAL = ESEMAYOR.

F'' ES SIMÉTRICO DE F' RESPECTO DE LA RECTA TANGENTE T . POR LO QUE TRAZANDO UNA PERPENDICULAR A T POR F'' OBTENEMOS F' (HACIENDO CENTRO EN M CON RADIO MF'')

YA TENEMOS LOS DATOS PARA HACER EL EJERCICIO.

PARA RESOLVER EL APARTADO 3 PODRÍAMOS HACERLO DE VARIAS FORMAS. ES MUY SIMILAR A Trazar LOS RECTOS TANGENTES A UNA ELIPSE DADA UNA DIRECCIÓN.

DESDE F CON RADIO $2a$ TRAZAMOS LA CIRCUNFERENCIA FOCAL.

EL SEGMENTO $F''F'$ LO CONTINUAMOS

HASTA QUE CORTA A LA FOCAL EN F'''

EN LA MEDIANEA $F'''F'$ ESTOS LOS RECTOS TANGENTES DIAMETRALMENTE OPUESTOS A, P .

SI UNIMOS F, F''' CORTARÁ

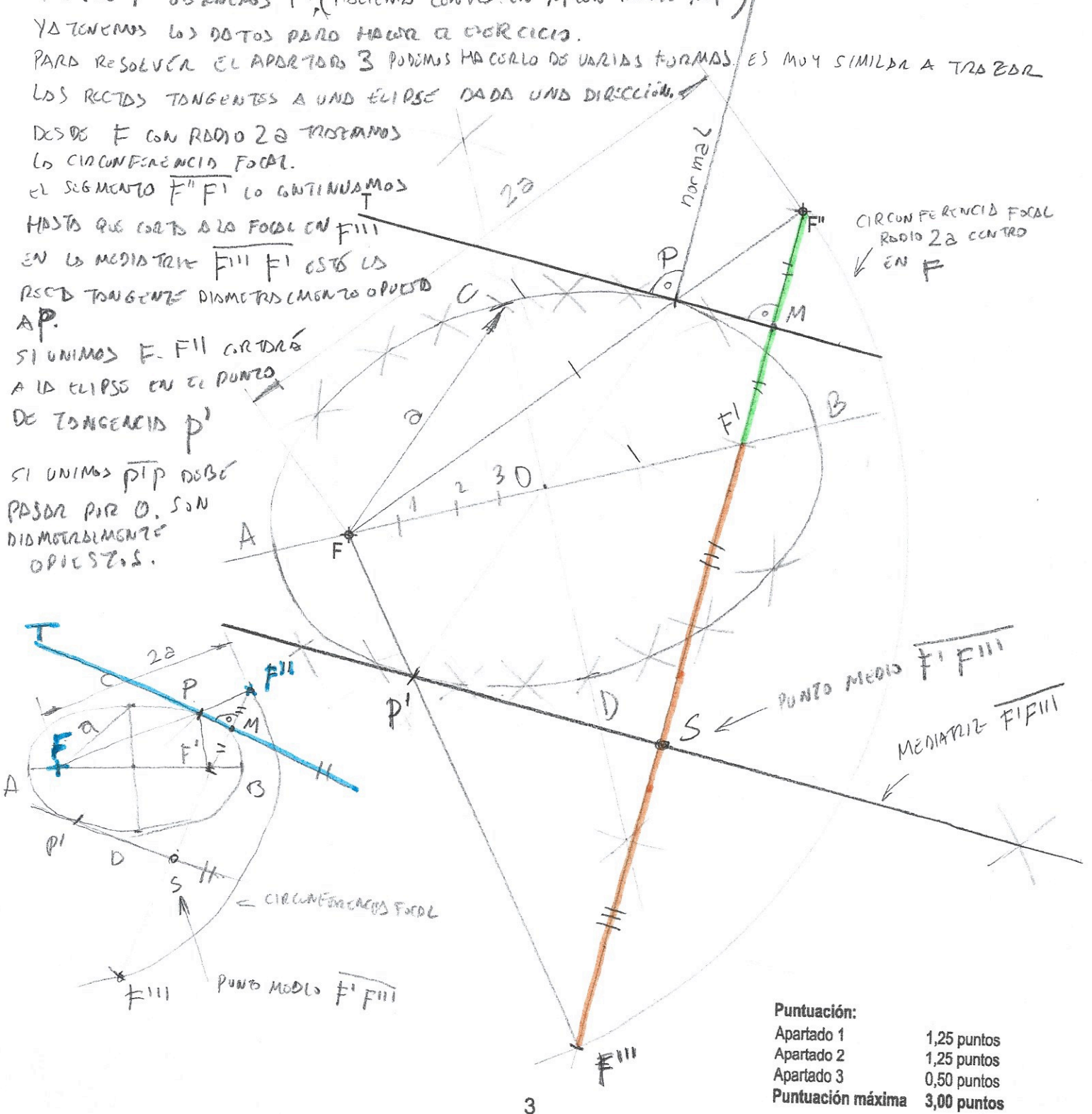
A LA ELIPSE EN EL PUNTO

DE TANGENCIA P'

SI UNIMOS P, P' DEBE

PASAR POR O . SON

DIAMETRALMENTE OPUESTOS.



Puntuación:

Apartado 1	1,25 puntos
Apartado 2	1,25 puntos
Apartado 3	0,50 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos



CURVAS CÓNICAS

PARÁBOLAS

SELECTIVIDAD 2017 - 22



REALIZADO POR
LANUBEARTISTICA.ES

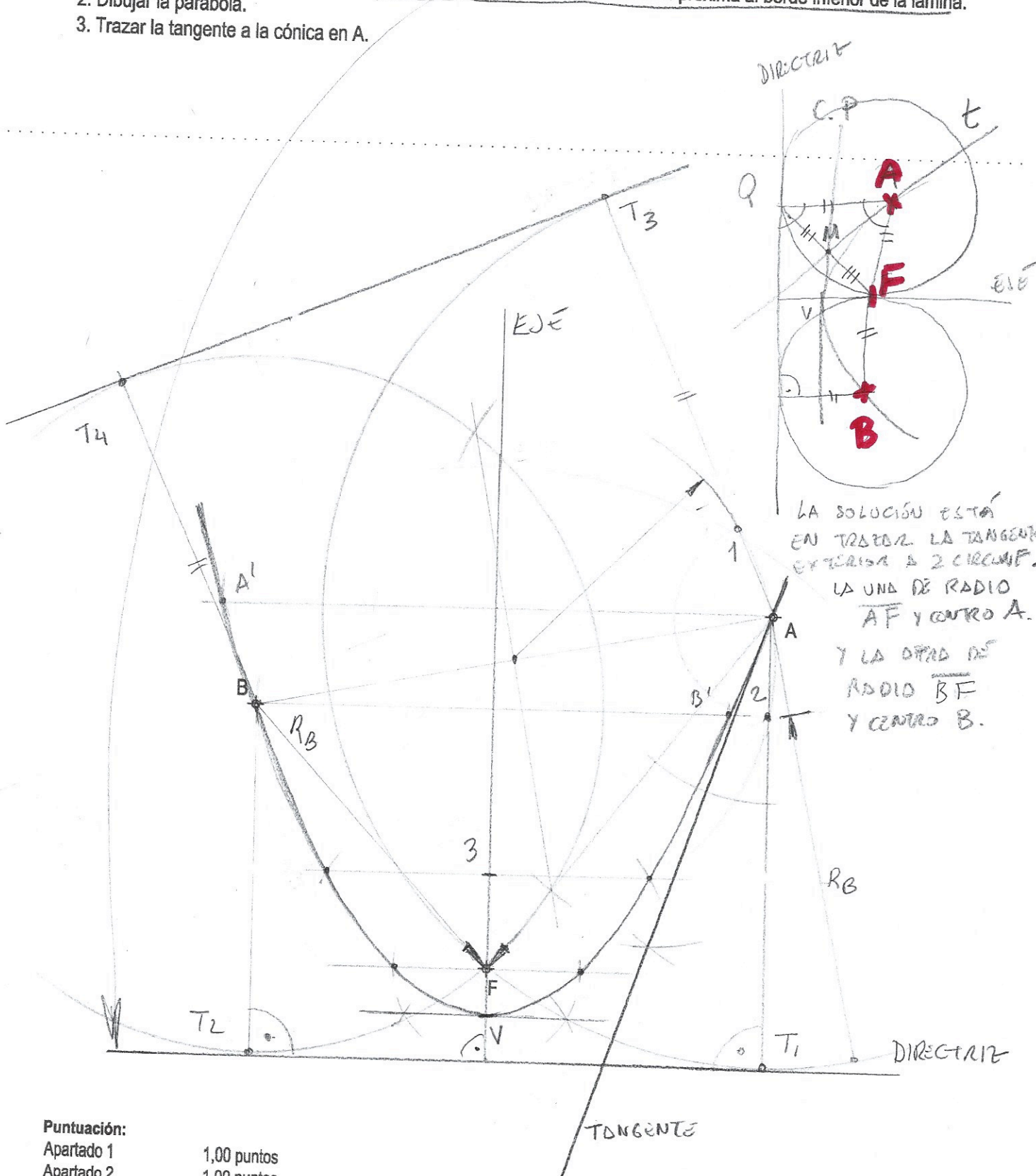


OPCIÓN A

EJERCICIO 1º: TRAZADOS GEOMÉTRICOS.

Dados el foco F y los puntos A y B de una parábola, se pide:

1. Representar directriz, eje y vértice. Elegir la directriz que se encuentre más próxima al borde inferior de la lámina.
2. Dibujar la parábola.
3. Trazar la tangente a la cónica en A.



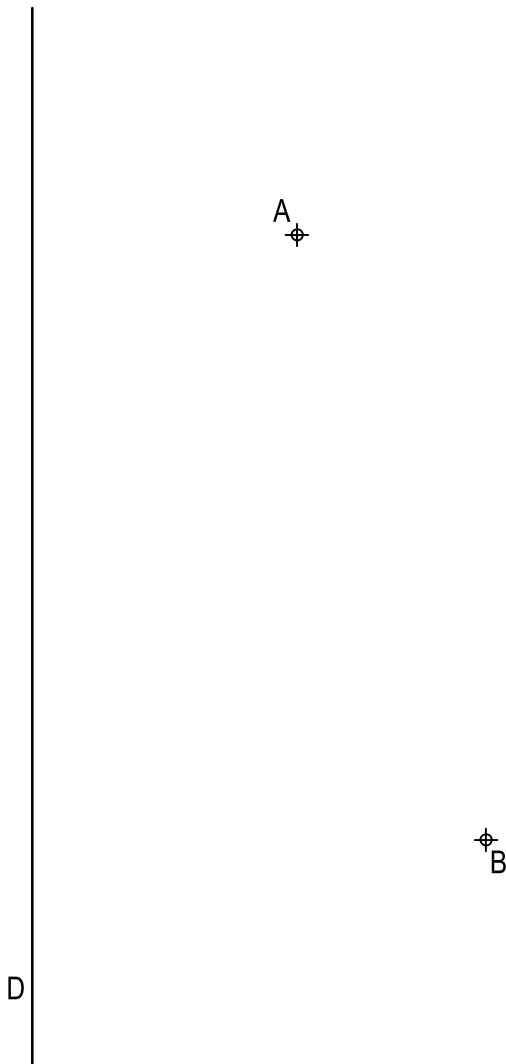
Puntuación:	
Apartado 1	1,00 puntos
Apartado 2	1,00 puntos
Apartado 3	1,00 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

OPCIÓN A

EJERCICIO 1º: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Dada la directriz D, y los puntos A y B de una parábola, se pide:

1. Representar el foco, el eje y el vértice. Elegir el foco que se encuentre más próximo al borde izquierdo de la lámina.
2. Dibujar la parábola.
3. Trazar la tangente y la normal a la cónica en el punto B.



Puntuación:

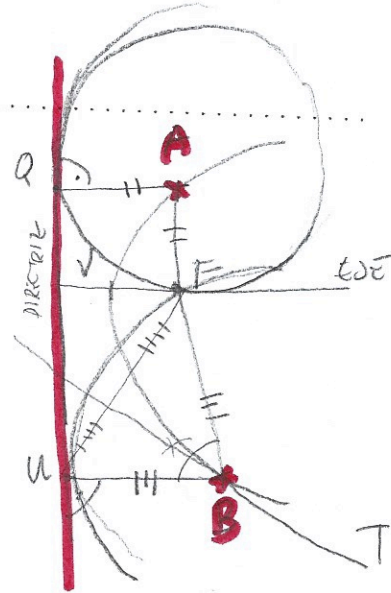
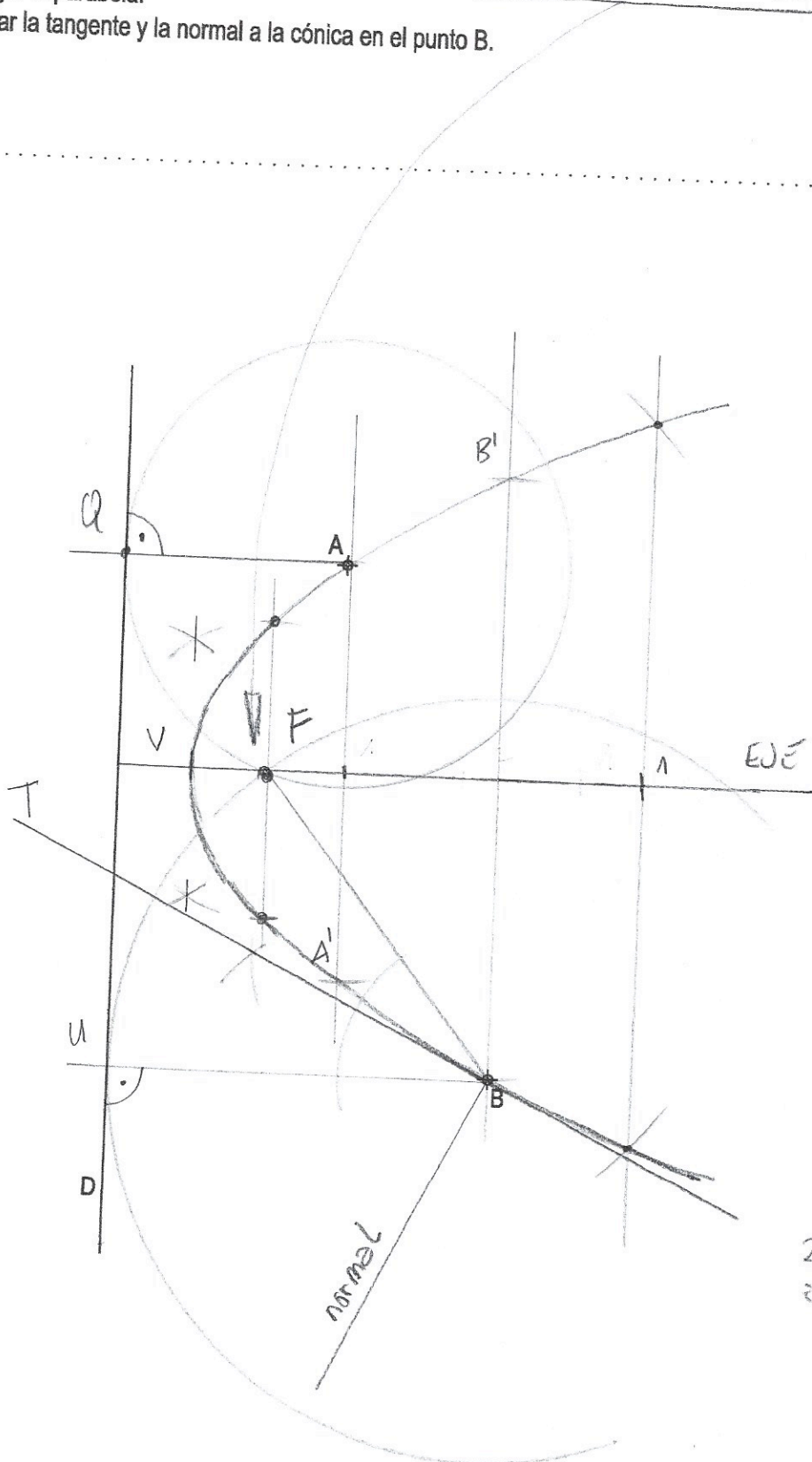
Apartado 1	1,00 puntos
Apartado 2	1,50 puntos
Apartado 3	0,50 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

OPCIÓN A

EJERCICIO 1º: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Dada la directriz D, y los puntos A y B de una parábola, se pide:

1. Representar el foco, el eje y el vértice. Elegir el foco que se encuentre más próximo al borde izquierdo de la lámina.
2. Dibujar la parábola.
3. Trazar la tangente y la normal a la cónica en el punto B.



LA CLAVE PARA RESOLVER ESTE EJERCICIO ESTÁ EN TROZAR LAS CIRCUNFERENCIAS DE RADIO \overline{AQ} Y \overline{BU} .

BAJO QUE SE DEBE CUMPLIR QUE LA DISTANCIA DE:

$$\overline{AQ} = \overline{AF}$$

$$\overline{BU} = \overline{BF}$$

DONDE SE CORTEN LAS 2 CIRCUNFERENCIAS DEBE ESTAR EL FOCO

Puntuación:

Apartado 1	1,00 puntos
Apartado 2	1,50 puntos
Apartado 3	0,50 puntos

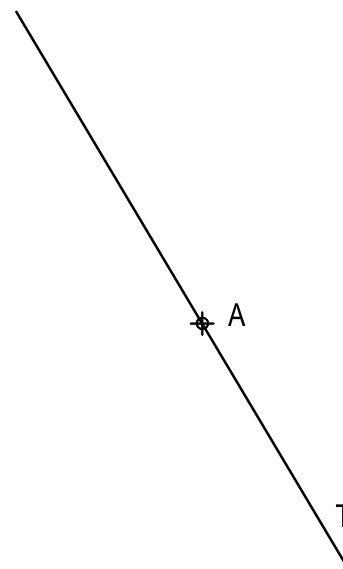
OPCIÓN A

EJERCICIO 1º: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Dada la directriz D y la recta tangente T en un punto A de una parábola, se pide:

1. Representar el foco, el eje y el vértice.
2. Dibujar la parábola.
3. Trazar la normal a la cónica en el punto A.

D



Puntuación:

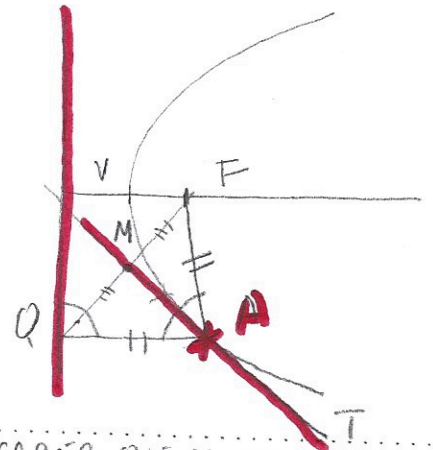
Apartado 1	1,00 puntos
Apartado 2	1,75 puntos
Apartado 3	0,25 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

OPCIÓN A

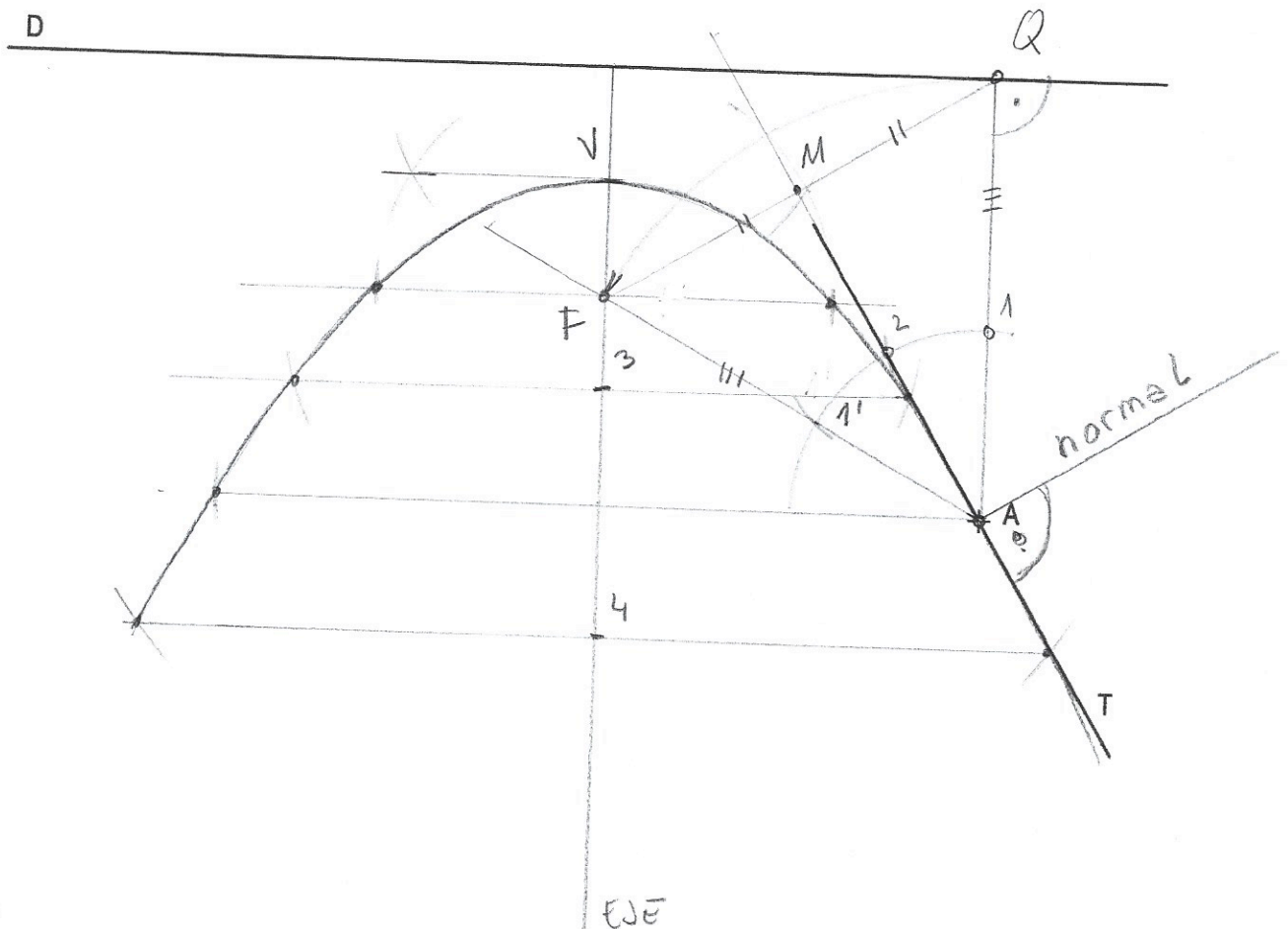
EJERCICIO 1º: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Dada la directriz D y la recta tangente T en un punto A de una parábola, se pide:

1. Representar el foco, el eje y el vértice.
2. Dibujar la parábola.
3. Trazar la normal a la cónica en el punto A.



LA CLAVE PARA RESOLVER ESTE EJERCICIO ESTÁ EN SABER QUE LA TANGENTE (T) ES LA BISECTRIZ DE ÁNGULO \widehat{QAF} . OTRA SOLUCIÓN POSIBLE ESTÁ SABRIENDO QUE LA MEDIATRIZ DE \overline{FQ} ES LA TANGENTE A LA CURVA POR A.



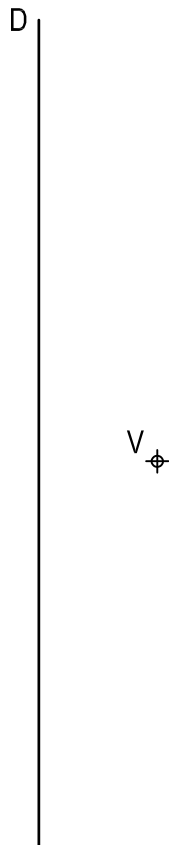
Puntuación:	
Apartado 1	1,00 puntos
Apartado 2	1,75 puntos
Apartado 3	0,25 puntos

OPCIÓN A

EJERCICIO 1º: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Dada la directriz D y el vértice V de una parábola, se pide:

1. Representar el eje y el foco.
2. Dibujar la parábola.
3. Trazar la tangente y la normal en el punto P de la cónica que se encuentra en una paralela al eje distanciada 50 mm. Considérese el punto P más cercano al borde superior de la lámina.



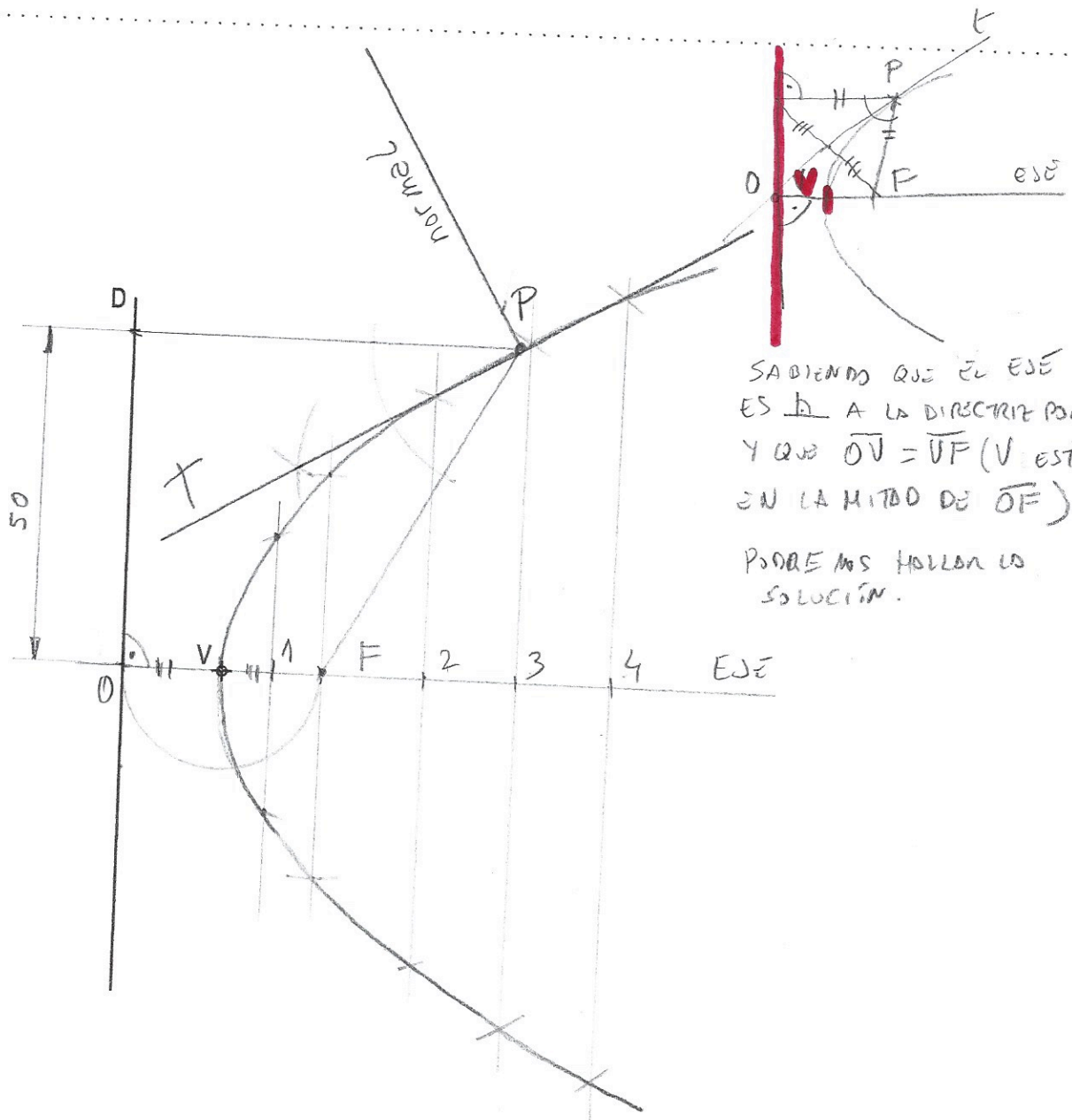
Puntuación:	
Apartado 1	0,50 puntos
Apartado 2	2,00 puntos
Apartado 3	0,50 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

OPCIÓN A

EJERCICIO 1º: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Dada la directriz D y el vértice V de una parábola, se pide:

1. Representar el eje y el foco.
2. Dibujar la parábola.
3. Trazar la tangente y la normal en el punto P de la cónica que se encuentra en una paralela al eje distanciada 50 mm. Considérese el punto P más cercano al borde superior de la lámina.



SABIENDO QUE EL EJE ES LA A LA DIRECTRIZ POR V Y QUE $OV = VF$ (V ESTÁ EN LA MITAD DE OF).

PODREMOS HALLAR LA SOLUCIÓN.

Puntuación:

Apartado 1	0,50 puntos
Apartado 2	2,00 puntos
Apartado 3	0,50 puntos

BLOQUE B

EJERCICIO 1: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Dado el foco F y la recta tangente T en un punto A de una parábola, se pide:

1. Representar el eje, el vértice y la directriz.
2. Dibujar la parábola.
3. Trazar la normal a la cónica en el punto A y la tangente en su vértice.



Puntuación:

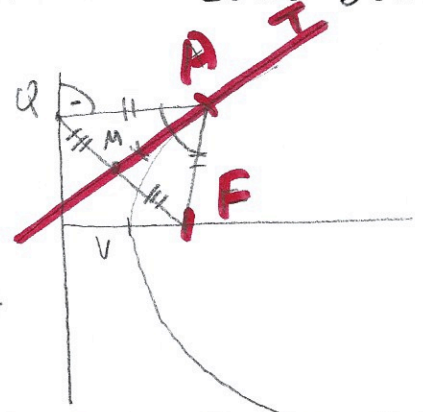
Apartado 1	1,00 puntos
Apartado 2	1,50 puntos
Apartado 3	0,50 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

BLOQUE B

EJERCICIO 1: TRAZADO GEOMÉTRICO.

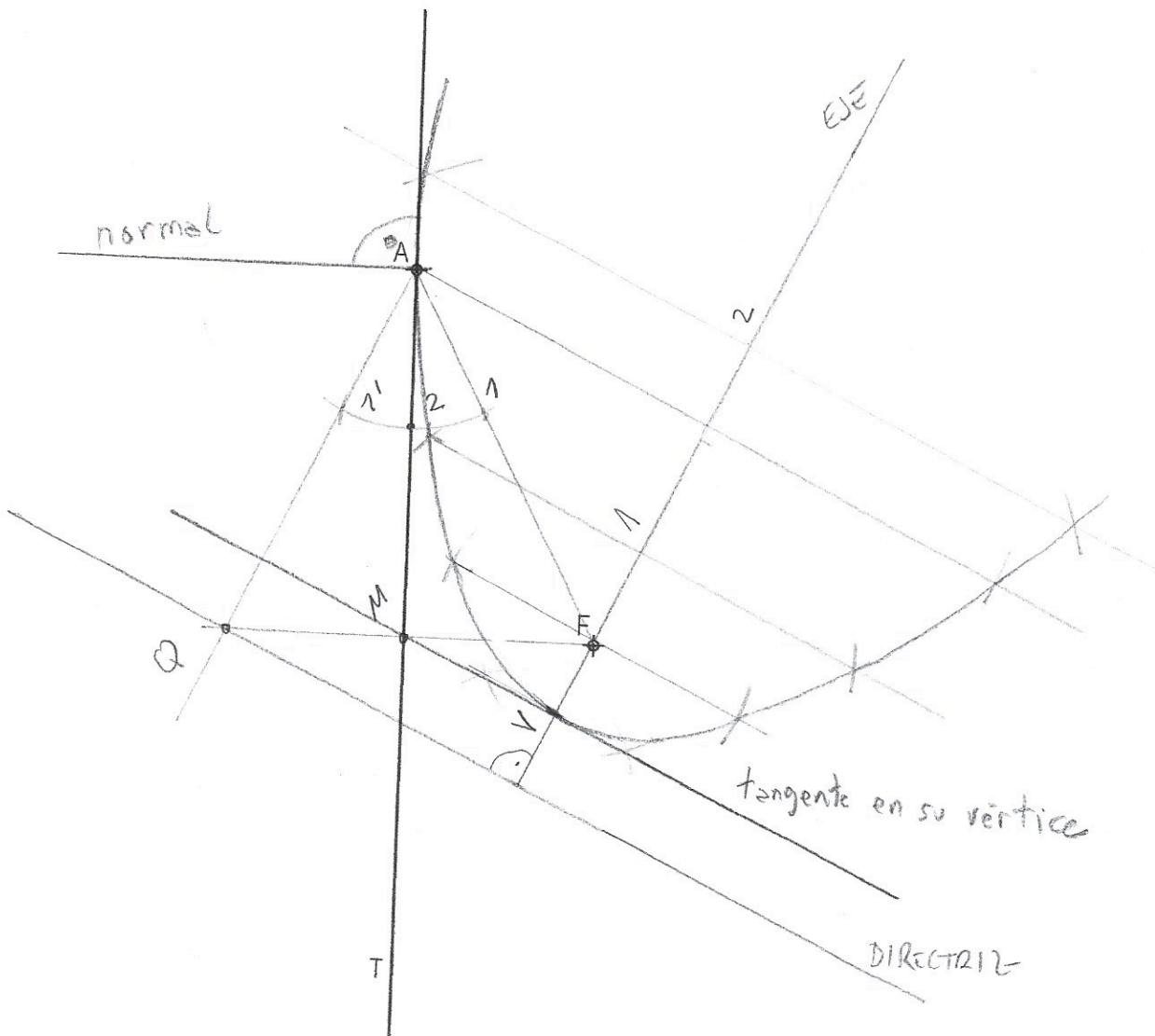
Dado el foco F y la recta tangente T en un punto A de una parábola, se pide:

1. Representar el eje, el vértice y la directriz.
2. Dibujar la parábola.
3. Trazar la normal a la cónica en el punto A y la tangente en su vértice.



LA CLAVE ESTÁ EN SABER QUE LA TANGENTE ES LA BISECTRIZ DEL ÁNGULO \widehat{QAF} Y LA DISTANCIA $AQ = AF$. ADÉMÁS, LA DIRECTRIZ ES LA MEDIANTE AL SEGMENTO \overline{QA} .

TAMBIÉN ES VÁLIDO PENSAR QUE Q ES EL SIMÉTRICO DE F RESPECTO DE LA TANGENTE, ES DECIR, LA TANGENTE ES LA MEDIATRIZ DE \overline{QF} .



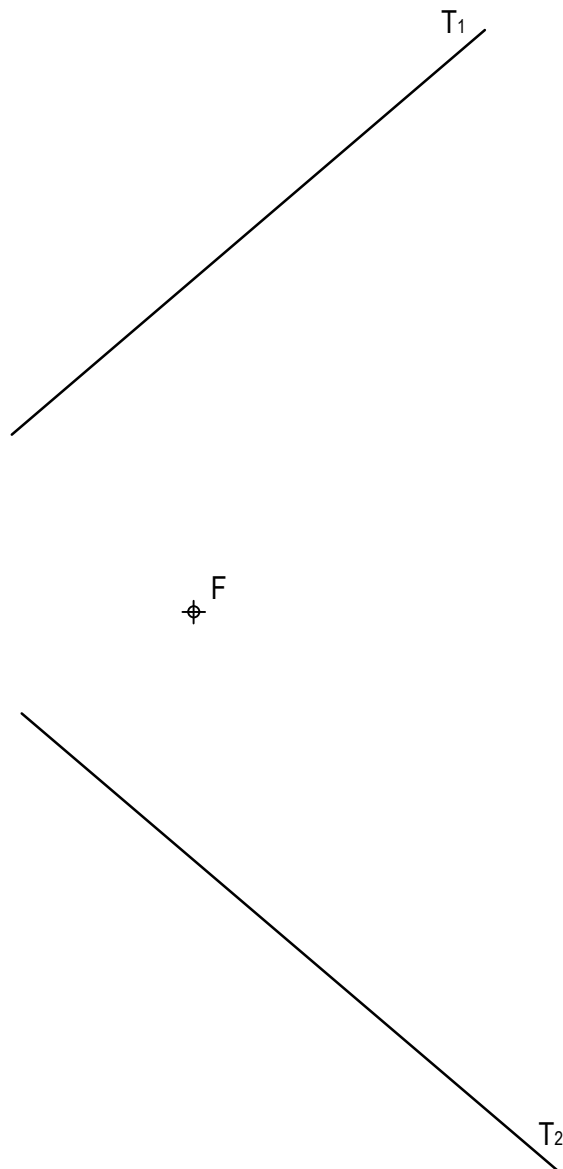
Puntuación:	
Apartado 1	1,00 puntos
Apartado 2	1,50 puntos
Apartado 3	0,50 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

BLOQUE B

EJERCICIO 1: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Dados el foco F , y las rectas tangentes T_1 y T_2 a una parábola, se pide:

1. Determinar la directriz, el eje y el vértice.
2. Dibujar la parábola.
3. Determinar los puntos de tangencia de las rectas T_1 y T_2 sobre la cónica y trazar en éstos las rectas normales N_1 y N_2 , respectivamente.



Puntuación:

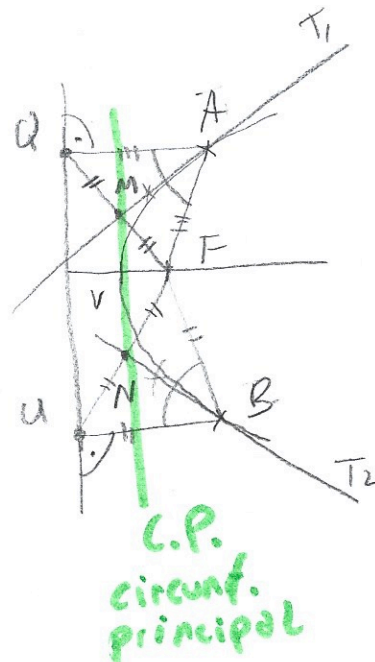
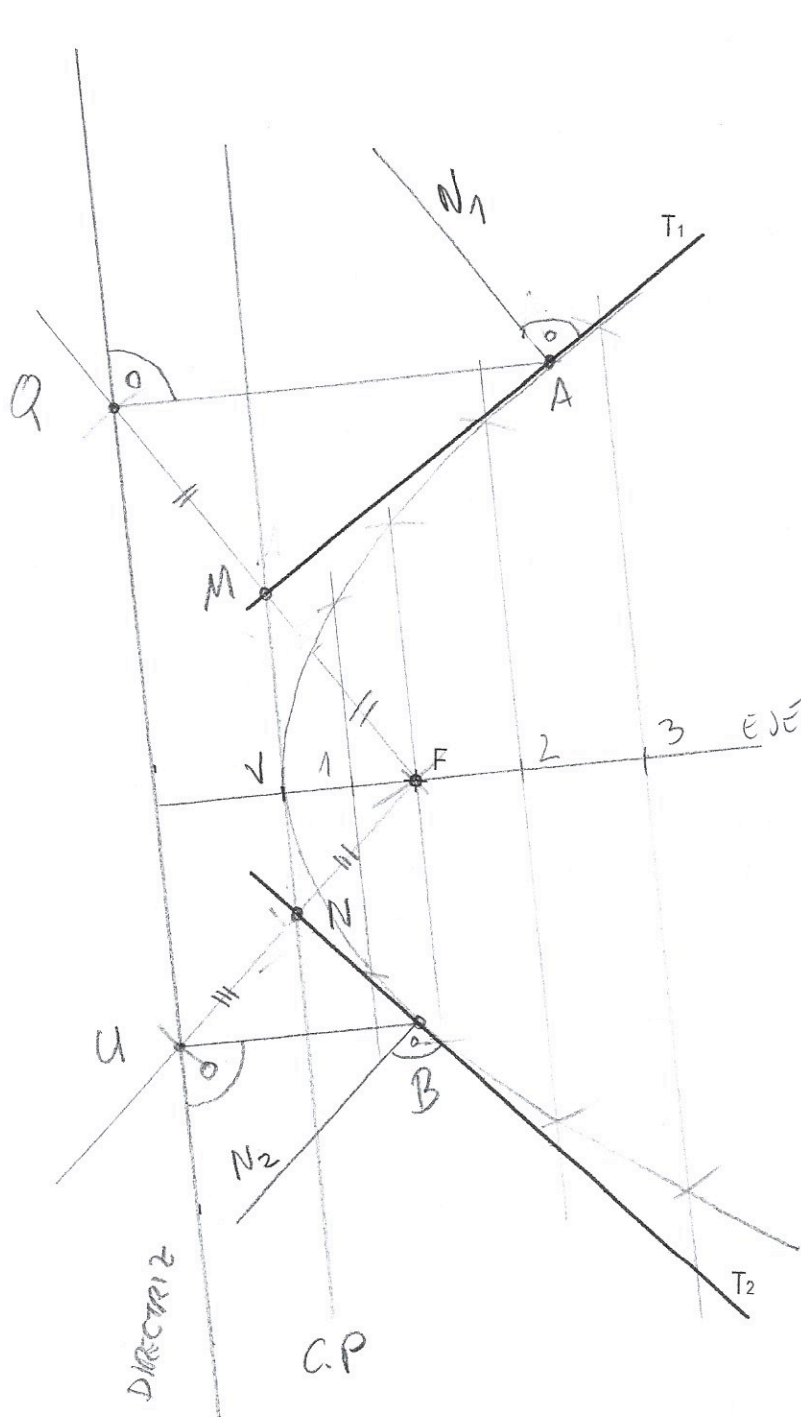
Apartado 1	1,00 puntos
Apartado 2	1,50 puntos
Apartado 3	0,50 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

BLOQUE B

EJERCICIO 1: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Dados el foco F, y las rectas tangentes T_1 y T_2 a una parábola, se pide:

1. Determinar la directriz, el eje y el vértice.
2. Dibujar la parábola.
3. Determinar los puntos de tangencia de las rectas T_1 y T_2 sobre la cónica y trazar en éstos las rectas normales N_1 y N_2 , respectivamente.



LA CLAVE PARA RESOLVER ESTE EJERCICIO ESTÁ EN SABER QUE LOS SIMÉTRICOS DEL FOCO, RESPECTO DE LAS RECTAS TANGENTES, SON PUNTOS QUE PERTENECEN A LA DIRECTRIZ.

HALLADOS Q Y U TENDRÍAMOS LA DIRECTRIZ Y PODRÍAMOS DIBUJAR EL RESTO DE ELEMENTOS. RECORDAR QUE LAS TANGENTES A LA PARÁBOLA SON MEDIATRICES DE \overline{QF} Y \overline{UF} RESPECTIVAMENTE.

LA TANGENTE POR V PASA POR M Y N, PUNTOS EN LAS RECTAS TANGENTES. Y PUNTOS MEDIOS DE \overline{QF} Y \overline{UF} RESPECTIVAMENTE. ESTO TAMBIÉN ES LA CIRCUNFERENCIA FOCAL.

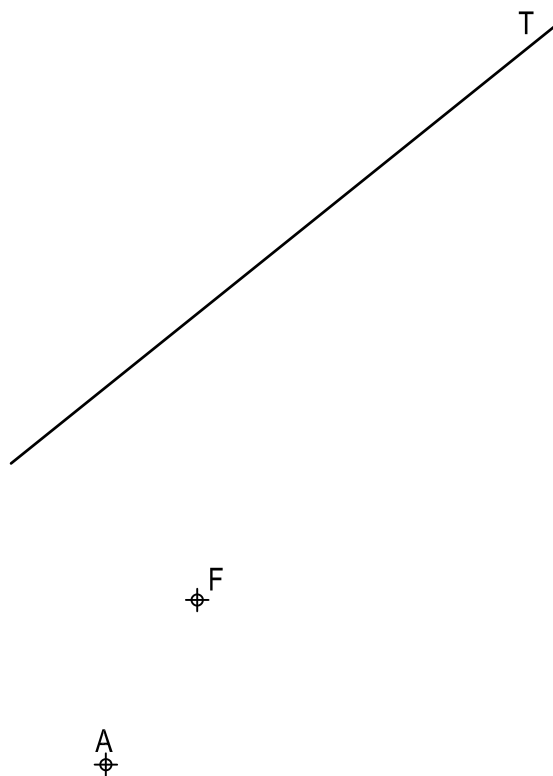
Puntuación:	
Apartado 1	1,00 puntos
Apartado 2	1,50 puntos
Apartado 3	0,50 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

BLOQUE B

EJERCICIO 1: TRAZADOS GEOMÉTRICOS

Dado el foco F, la recta tangente T y el punto A de una parábola, se pide:

1. Trazar la directriz, el eje y el vértice.
2. Dibujar la parábola.
3. Determinar el punto P de tangencia de T con la cónica.
4. Trazar por P la normal N a la curva.



Puntuación:

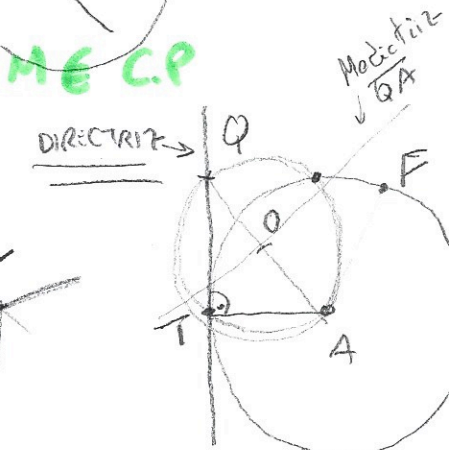
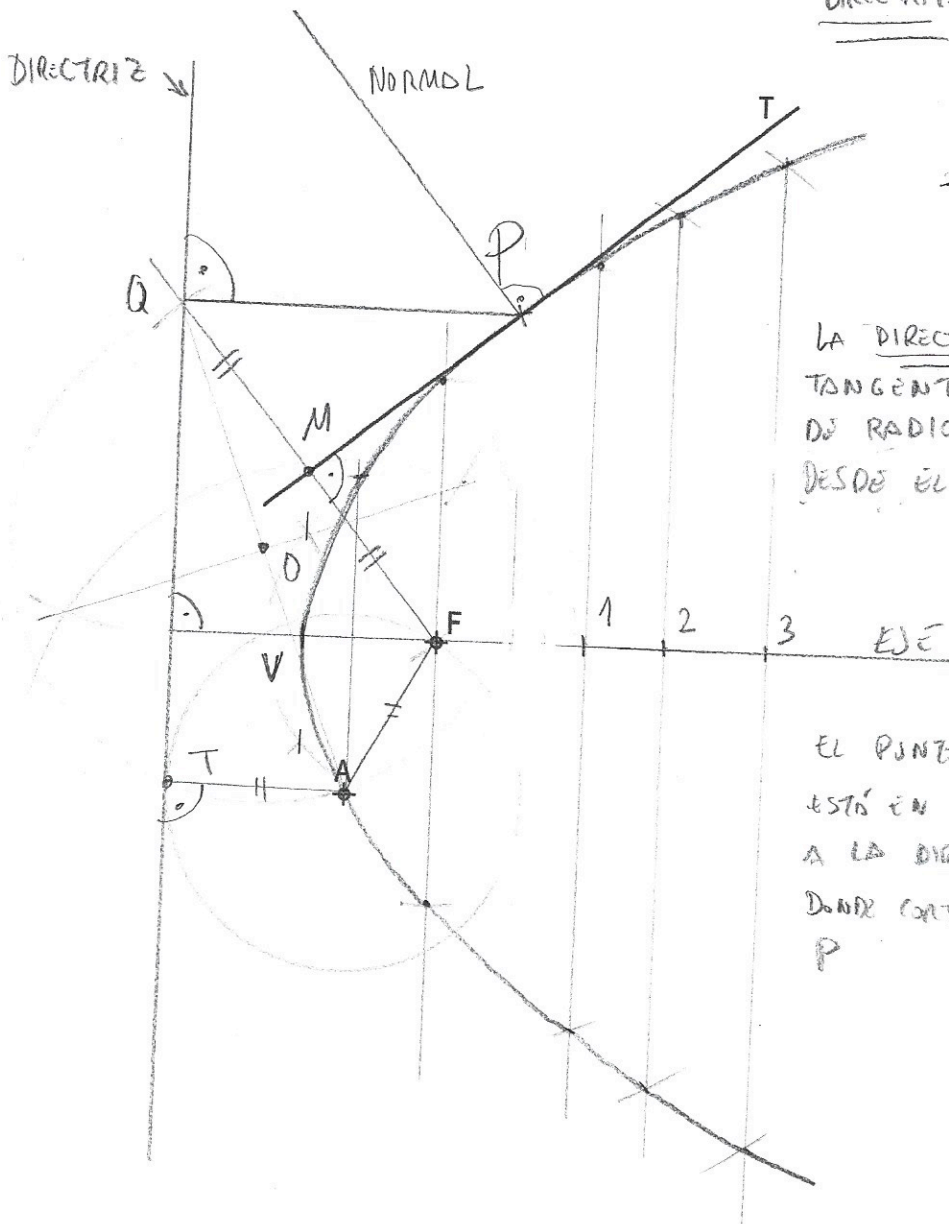
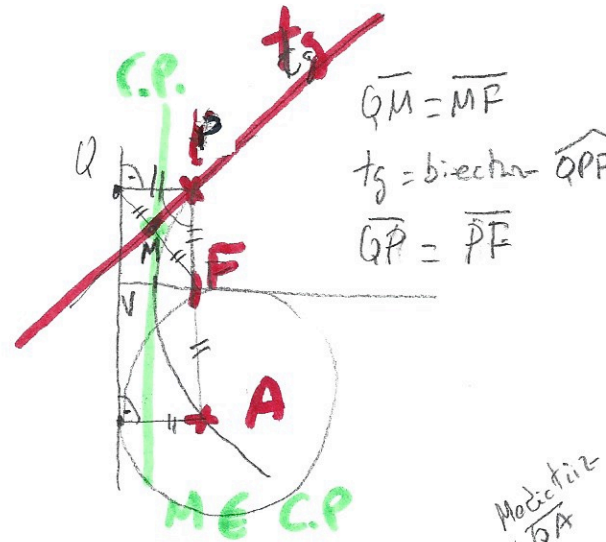
Apartado 1	1,00 puntos
Apartado 2	1,50 puntos
Apartado 3	0,25 puntos
Apartado 4	0,25 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

BLOQUE B

EJERCICIO 1: TRAZADOS GEOMÉTRICOS

Dado el foco F, la recta tangente T y el punto A de una parábola, se pide:

1. Trazar la directriz, el eje y el vértice.
2. Dibujar la parábola.
3. Determinar el punto P de tangencia de T con la cónica.
4. Trazar por P la normal N a la curva.



LA DIRECTRIZ ES LA TANGENTE A LA CIRCUNFERENCIA DE RADIO AF CON CENTRO A DESDE EL PUNTO Q

EL PUNTO P DE TANGENCIA ESTÁ EN LA PERPENDICULAR A LA DIRECTRIZ POR Q. DONDE CORTA A T NOS DARÁ P

Puntuación:

Apartado 1	1,00 puntos
Apartado 2	1,50 puntos
Apartado 3	0,25 puntos
Apartado 4	0,25 puntos
Puntuación máxima	3.00 puntos



CURVAS CÓNICAS

HIPÉRBOLAS

SELECTIVIDAD 2017 - 22



REALIZADO POR
LANUBEARTISTICA.ES

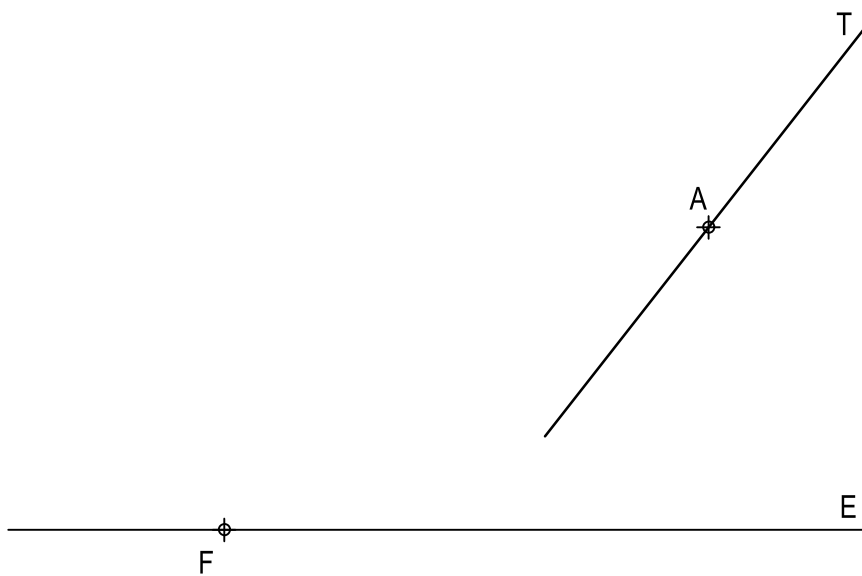


OPCIÓN A

EJERCICIO 1º: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Dados uno de los ejes de simetría E de una hipérbola, un foco F correspondiente a una de sus ramas, así como la recta tangente T en un punto A de la otra rama, se pide:

1. Determinar el segundo foco F' , el centro O , y los vértices V y V' de la cónica.
2. Dibujar la hipérbola.
3. Trazar la normal a la cónica en el punto A .



Puntuación:

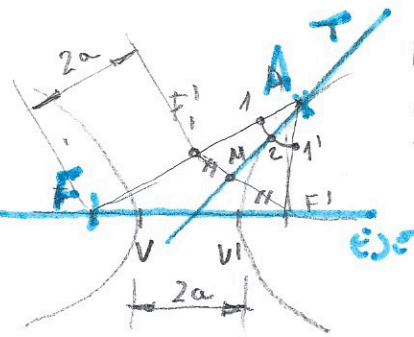
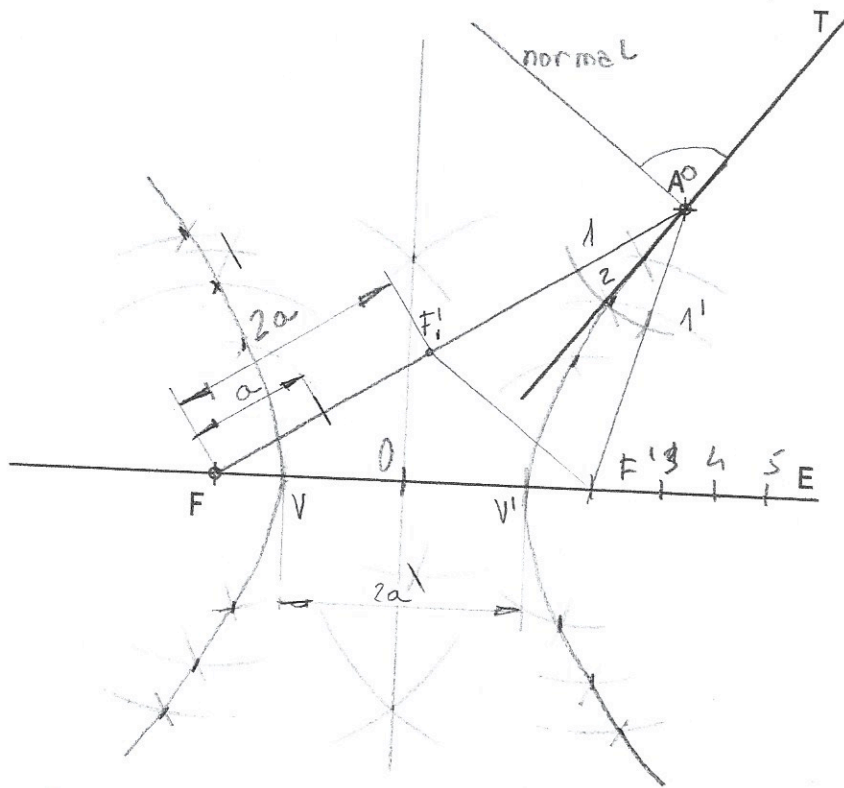
Apartado 1	1,25 puntos
Apartado 2	1,50 puntos
Apartado 3	0,25 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

OPCIÓN A

EJERCICIO 1º: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Dados uno de los ejes de simetría E de una hipérbola, un foco F correspondiente a una de sus ramas, así como la recta tangente T en un punto A de la otra rama, se pide:

1. Determinar el segundo foco F', el centro O, y los vértices V y V' de la cónica.
2. Dibujar la hipérbola.
3. Trazar la normal a la cónica en el punto A.



LA CLAVE PARA RESOLVER ESTE EJERCICIO ESTÁ EN SABER QUE LA TANGENTE (T) ES LA BISECTRIZ DEL ÁNGULO $\widehat{F'AF}$. TAMBIÉN ES LA MEDIATRIZ DEL SEGMENTO $\overline{F'F}$, SIENDO F' EL SIMÉTRICO DE F RESPECTO DE LA TANGENTE. LA DISTANCIA $\overline{FF'} = \text{RADIO DE LA CIRCUNFERENCIA FOCAL} = 2a$ (EJERCULO) $= \overline{VV'}$

Puntuación:	
Apartado 1	1,25 puntos
Apartado 2	1,50 puntos
Apartado 3	0,25 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

OPCIÓN A

EJERCICIO 1º: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Dados uno de los ejes de simetría E de una hipérbola, sus focos F y F' , así como el punto A perteneciente a la cónica, se pide:

1. Determinar el centro O y los vértices V y V' de la hipérbola.
2. Dibujar la hipérbola.
3. Trazar la tangente y la normal a la cónica en el punto A .



Puntuación:

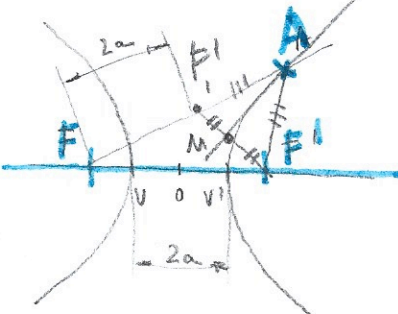
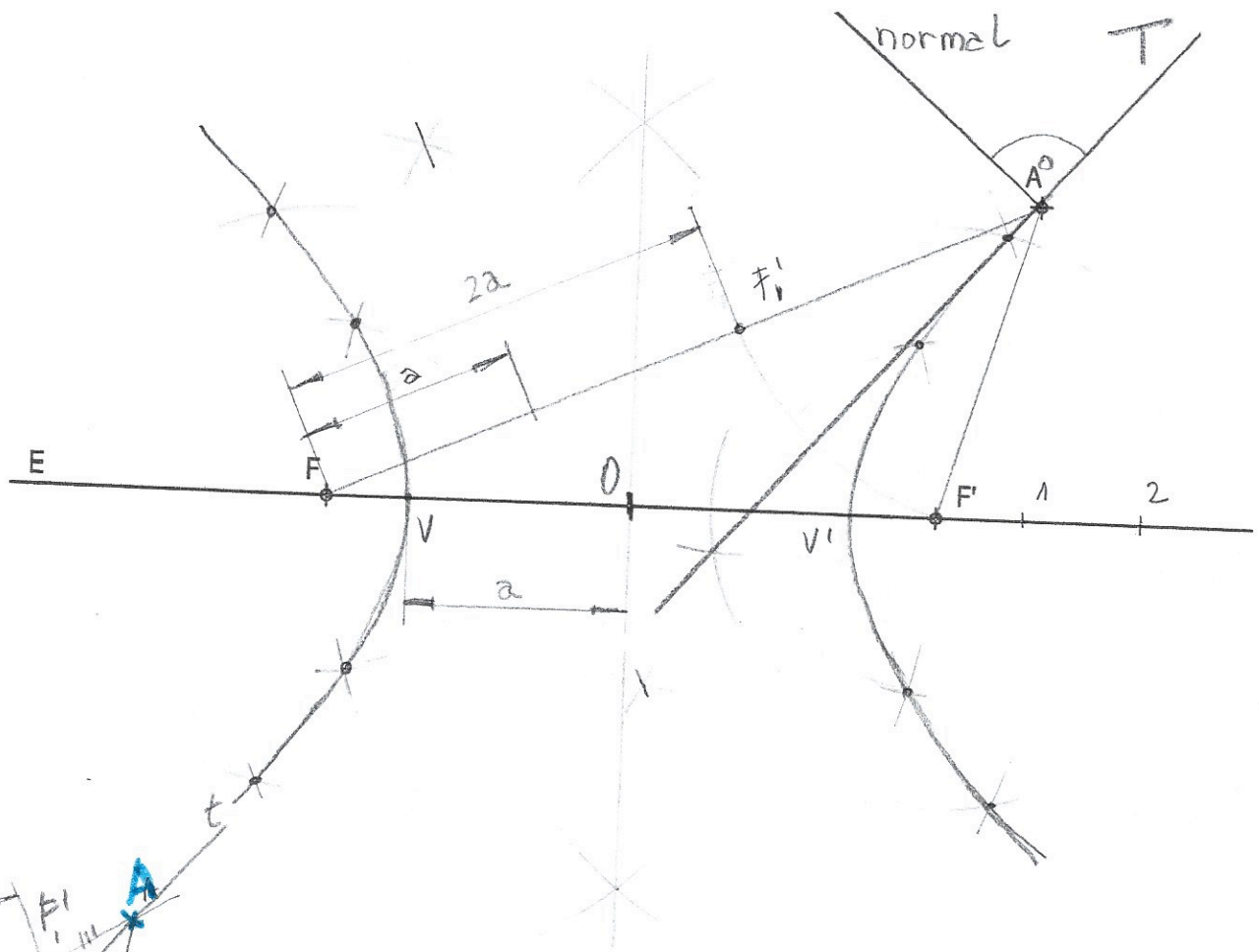
Apartado 1	1,00 puntos
Apartado 2	1,50 puntos
Apartado 3	0,50 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

OPCIÓN A

EJERCICIO 1º: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Dados uno de los ejes de simetría E de una hipérbola, sus focos F y F', así como el punto A perteneciente a la cónica, se pide:

1. Determinar el centro O y los vértices V y V' de la hipérbola.
2. Dibujar la hipérbola.
3. Trazar la tangente y la normal a la cónica en el punto A.



EJE PARA RESOLVER ESTE EJERCICIO LO PRIMERO QUE DEBEMOS HACER ES HALLAR $2a$. ESTA MEDIDA ESTÁ EN RESTAR AL SEGMENTO \overline{FA} EL $\overline{F'A}$. UNIMOS F CON A, HACEMOS CENTRO EN A Y ABRIMOS COMPÁS HASTA F', TRAZAMOS UN ARCO QUE CORTE A \overline{FA} , DÁNDO-NOS F'. ESTE PUNTO ES EL SIMÉTRICO DE F'. LA TANGENTE POR A ESTÁ EN LA BISECTRIZ DEL ÁNGULO $\widehat{F'AF'}$ O MEDIATRIZ $\overline{F'A}$.

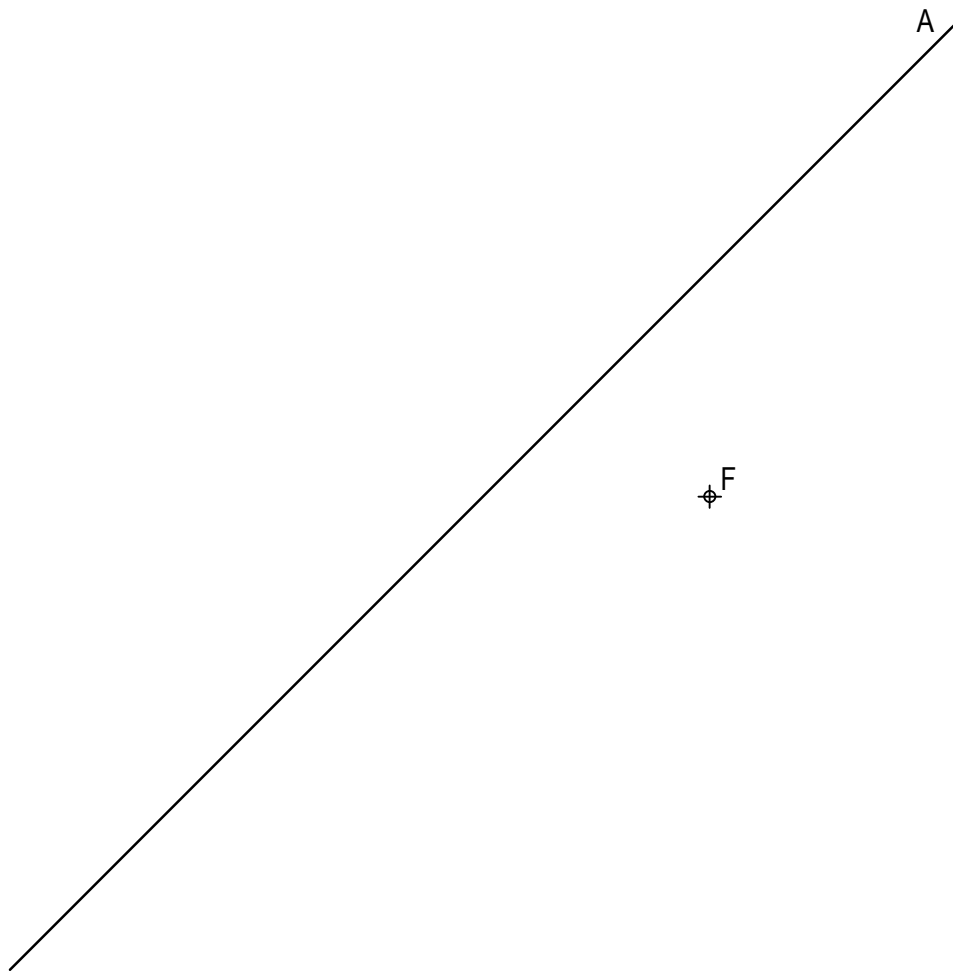
Puntuación:	
Apartado 1	1,00 puntos
Apartado 2	1,50 puntos
Apartado 3	0,50 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

BLOQUE B

EJERCICIO 1: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Definida una hipérbola por el foco F y la asíntota A, se pide:

1. Determinar el foco F', los vértices y la asíntota A' de la cónica, sabiendo que el eje real forma un ángulo de 45° con la asíntota (hipérbola equilátera). Elegir la solución en la que el centro de la hipérbola quede lo más centrado posible.
2. Dibujar la hipérbola.
3. Trazar la tangente en el punto P de la cónica que se encuentra a 20 mm de F y más cercano al borde superior de la lámina.



Puntuación:

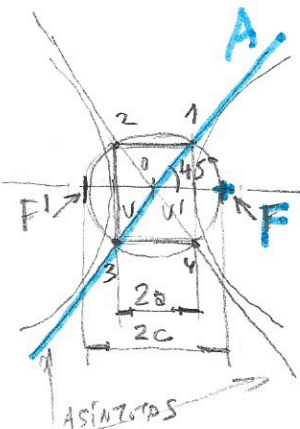
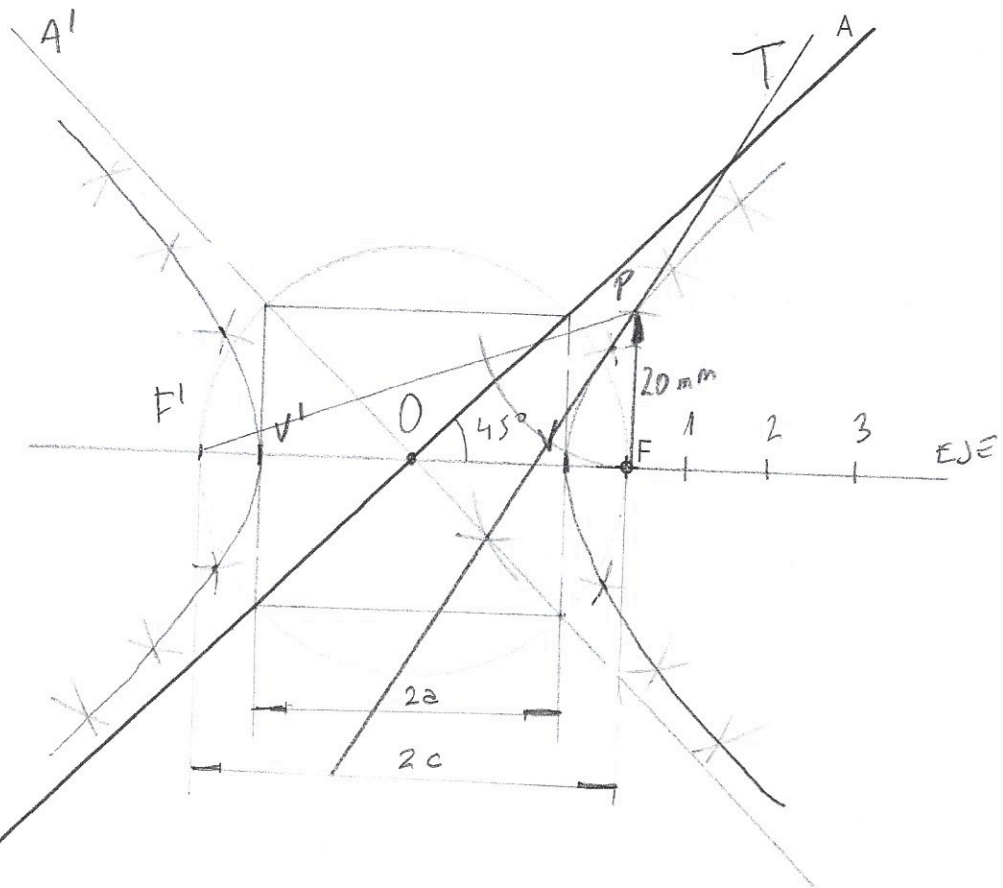
Apartado 1	1,00 puntos
Apartado 2	1,50 puntos
Apartado 3	0,50 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

EJERCICIO 1: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Definida una hipérbola por el foco F y la asíntota A , se pide:

1. Determinar el foco F' , los vértices y la asíntota A' de la cónica, sabiendo que el eje real forma un ángulo de 45° con la asíntota (hipérbola equilátera). Elegir la solución en la que el centro de la hipérbola quede lo más centrado posible.
2. Dibujar la hipérbola.
3. Trazar la tangente en el punto P de la cónica que se encuentra a 20 mm de F y más cercano al borde superior de la lámina.

20 mm



UNA HIPÉRBOLA EQUILÁTERA ES AQUELLA CUYAS ASÍNTOTAS FORMAN 45° RESPECTO DEL EJE MAYOR Y MENOR (90° ENTRE SÍ). ADEMÁS POSEE UNA PROPIEDAD MUY INTERESANTE: SI HACEMOS CENTRO EN O CON RADIO $\overline{OF}(c)$ Y DIBUJAMOS UNA CIRCUNFERENCIA, CORTARÁ A LAS ASÍNTOTAS EN LOS PUNTOS 1, 2, 3 y 4. AL UNIRLOS NOS DARÁ UN CUADRADO DE LADO $2a$.

Puntuación:

Apartado 1	1,00 puntos
Apartado 2	1,50 puntos
Apartado 3	0,50 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

BLOQUE B

EJERCICIO 1: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Dados los focos F y F' de una hipérbola equilátera, se pide:

1. Determinar el centro O y los vértices V y V' de la cónica.
2. Dibujar la hipérbola.
3. Trazar la tangente y la normal en el punto P de la cónica que se encuentra a 20 mm de F y más cercano al borde superior de la lámina.

F
⊕

F'
⊕

Puntuación:

Apartado 1	1,00 puntos
Apartado 2	1,50 puntos
Apartado 3	0,50 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

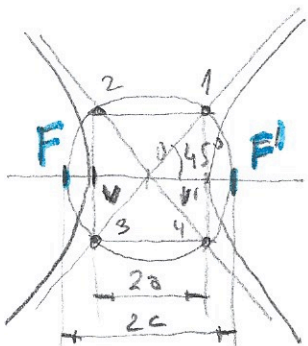
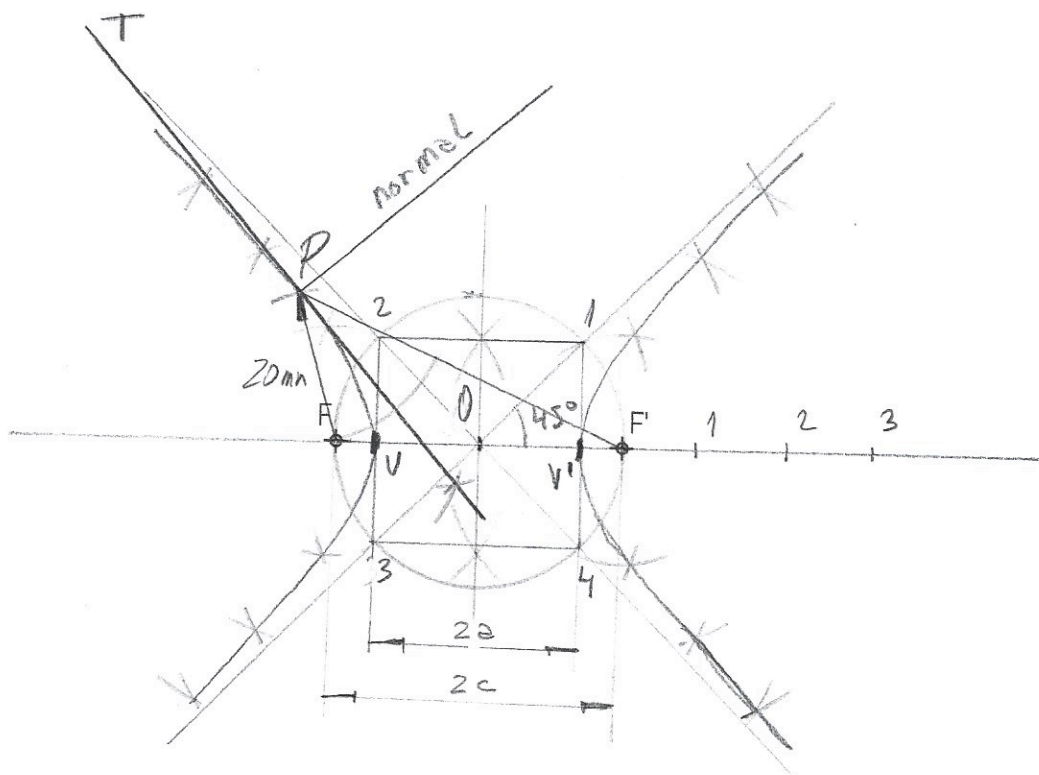
BLOQUE B

EJERCICIO 1: TRAZADO GEOMÉTRICO.

Dados los focos F y F' de una hipérbola equilátera, se pide:

1. Determinar el centro O y los vértices V y V' de la cónica.
2. Dibujar la hipérbola.
3. Trazar la tangente y la normal en el punto P de la cónica que se encuentra a 20 mm de F y más cercano al borde superior de la lámina.

20 mm



Puntuación:	
Apartado 1	1,00 puntos
Apartado 2	1,50 puntos
Apartado 3	0,50 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

BLOQUE B

EJERCICIO 1: TRAZADOS GEOMÉTRICOS

Dados los focos F y F' y el punto A de una hipérbola, se pide:

1. Determinar el centro O y los vértices V y V' .
2. Dibujar la hipérbola.
3. Trazar la tangente y la normal a la cónica en A .

\oplus A

\oplus F'

F \oplus

Puntuación:

Apartado 1 1,00 puntos

Apartado 2 1,50 puntos

Apartado 3 0,50 puntos

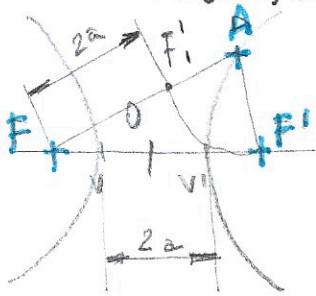
Puntuación máxima 3,00 puntos

BLOQUE B

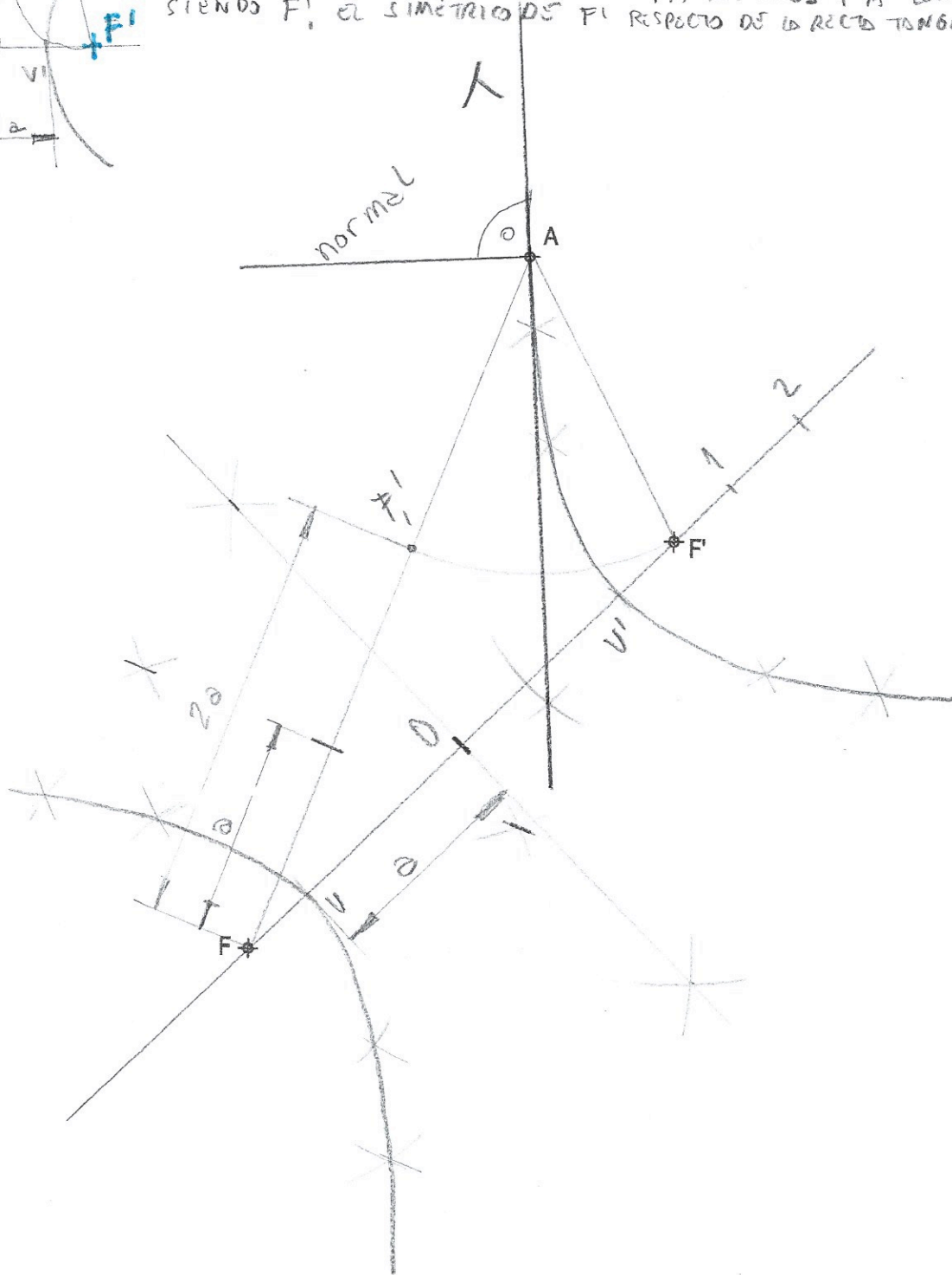
EJERCICIO 1: TRAZADOS GEOMÉTRICOS

Dados los focos F y F' y el punto A de una hipérbola, se pide:

1. Determinar el centro O y los vértices V y V' .
2. Dibujar la hipérbola.
3. Trazar la tangente y la normal a la cónica en A .



LA CLAVE ESTÁ EN HALLAR $2a$ PARA DETERMINAR V y V' . POR LA PROPIEDAD DE LA HIPÉRBOLA SABEMOS QUE SI A \overline{FA} RESTAMOS $\overline{F'A}$ TENDREMOS $2a$ SIENDO F' EL SIMÉTRICO DE F RESPECTO DE LA RECTA TANGENTE POR A



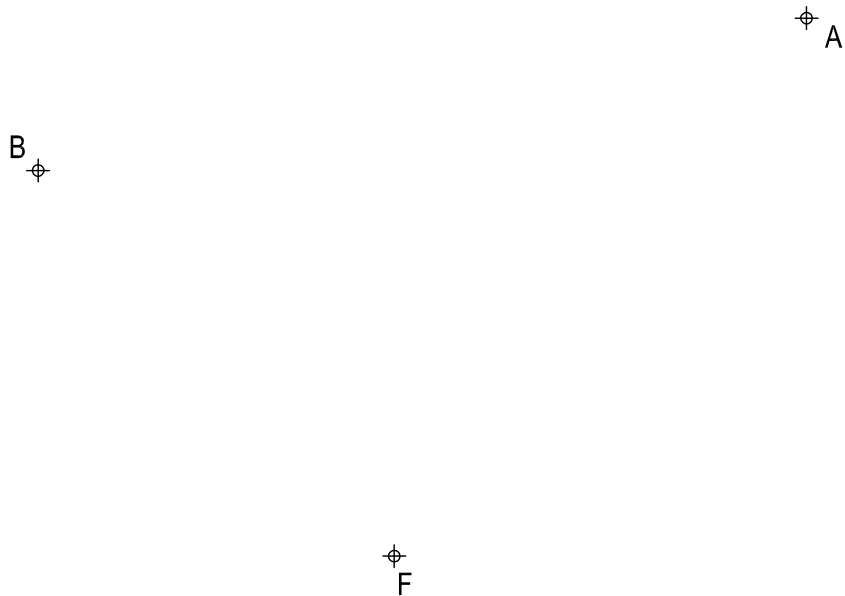
Puntuación:	
Apartado 1	1,00 puntos
Apartado 2	1,50 puntos
Apartado 3	0,50 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

OPCIÓN A

EJERCICIO 1º: TRAZADOS GEOMÉTRICOS.

Dados el foco F y los puntos A y B de una parábola, se pide:

1. Representar directriz, eje y vértice. Elegir la directriz que se encuentre más próxima al borde inferior de la lámina.
2. Dibujar la parábola.
3. Trazar la tangente a la cónica en A.



Puntuación:

Apartado 1	1,00 puntos
Apartado 2	1,00 puntos
Apartado 3	1,00 puntos
Puntuación máxima	3,00 puntos

